Документ подписан квалифицированной электронной подписью
Сертификат: [illegible]
Владелец: "АНО ВО ""РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"""
Действителен: с 28.05.2026 по 28.08.2027

Елецкий филиал Автономной некоммерческой организации высшего образования «Российский новый университет»

Отделение среднего профессионального образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебной дисциплины

ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ В ОТРАСЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

для специальностей среднего профессионального образования

09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением

на базе среднего общего образования

Елец
2026 год

Одобрена
предметной (цикловой)
комиссией общеобразовательных
дисциплин

Разработана на основе ФГОС СПО по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением, утвержденного приказом Министерства просвещения РФ от 24.02.2025 г. N 138

Протокол №____5____
от «28»___01___2026 г.
Председатель предметной
(цикловой) комиссии
_____/ С.В. Толоконников

Начальник отделения СПО
_____/ О.В. Рыжкова

Составитель (автор):_____/пр. С.В. Толоконников

Рецензент: Суздальская Ева Анатольевна, заместитель начальника отдела эксплуатации средств вычислительной техники, программного обеспечения и телекоммуникационного оборудования управления информационных технологий – Отделение Социального фонда Российской Федерации по Липецкой области, г. Елец

1.НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа учебной дисциплины Математический аппарат в отрасли информационных технологий предназначена для изучения математики в профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения образовательной программы СПО на базе среднего общего образования.

Программа разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 РАЗРАБОТКА И УПРАВЛЕНИЕ ПРОГРАММНЫМ ОБЕСПЕЧЕНИЕМ (приказ Минобрнауки России от 24.02.2025 г. № 138).

Учебная дисциплина Математический аппарат в отрасли информационных технологий является учебным предметом обязательной предметной области «Естественно-научные предметы» ФГОС среднего общего образования. Учебная дисциплина Математический аппарат в отрасли информационных технологий изучается в общепрофессиональном цикле учебного плана ОП на базе среднего общего образования. В учебных планах учебная дисциплина Математический аппарат в отрасли информационных технологий входит в состав общих профессиональных учебных дисциплин ФГОС среднего общего образования.

Цель дисциплины «ОП.01 Математический аппарат в отрасли информационных технологий»: формирование представлений о роли методов высшей математики в окружающем нас мире и способах его познания.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятие решений, лидерских качеств обеспечивается чтением лекций, проведением занятий с применением активных методов обучения, содержание которых разработано с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся по программе спо по специальности должен:

- Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; (ОК 01.)

Знать:

- актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить;
- структура плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях;
- основные источники информации и ресурсы для решения задач и/или проблем в профессиональном и/или социальном контексте;

- методы работы в профессиональной и смежных сферах;
- порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности.

Уметь:

- распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте, анализировать и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи, составлять план действия, реализовывать составленный план, определять необходимые ресурсы;
- выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы;
- владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах;
- оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника).

- Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; (ОК 02.)

Знать:

- номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;
- приемы структурирования информации;
- формат оформления результатов поиска информации;
- современные средства и устройства информатизации, порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности, в том числе цифровые средства.

Уметь:

- определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации;
- выделять наиболее значимое в перечне информации, структурировать получаемую информацию, оформлять результаты поиска;
- оценивать практическую значимость результатов поиска;
- применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач;
- использовать современное программное обеспечение в профессиональной деятельности;
- использовать различные цифровые средства для решения профессиональных задач.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 час.).

Вид учебной работы	Объем часов
Максимальная учебная нагрузка (всего):	**108**
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	**76**
в том числе:	
Лекционные занятия (Лек)	36
Практические занятия (Пр)	36
Консультации (Конс)	2
Экзамен (Э)	0,4
Текущие консультации (ТКонс)	1,6
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	**16,4**
Внеаудиторная самостоятельная работа	**15,6**

Распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий очная форма обучения

№	Наименование разделов, тем учебных занятий	Всего часов	Контактная работа с преподавателем							Сам. раб	Формируемые результаты обучения
			Всего	Лек	Пр	Э	Конс	КоР	ТКонс		
Математический аппарат в отрасли информационных технологий											
1	Матрицы	7	8	4	2					1	ОК 01, ОК 03
2	Теория пределов	5	4	2	2					1	
3	Производная и дифференциал	10	8	4	4					2	

4	Неопределенный интеграл	5	4	2	2					1	
5	Определенный интеграл	7	6	2	4					1	
6	Дифференциальные уравнения	5	4	2	2					1	
7	Аналитическая геометрия	5	4	2	2					1	
8	Комплексные числа	5	4	2	2					1	
9	Алгебра высказываний	5	4	2	2					1	
10	Основы теории множеств	5	4	2	2					1	ОК 01, ОК 03
11	Предикаты	5	4	2	2					1	
12	Основы теории графов	5	4	2	2					1	
13	Элементы теории алгоритмов	5	4	2	2					1	
14	Основные понятия теории вероятности	9,4	8	4	4					1,4	
15	Основы математической статистики	5	4	2	2					1	ОК 01, ОК 03
16	Промежуточная аттестация (экзамен)	4	4			0,4	2		1,6		

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

Тема 1. Матрицы

Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Операции над матрицами. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Приведение к трапециевидной форме. Приведение к треугольной форме. Матрицы элементарных преобразований

Перестановки. Понятие определителя. Построение определителя n-го порядка. Простейшие свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Определители второго и третьего порядков.

Условие обратимости. Понятие невырожденной матрицы. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы. Приведение к диагональной форме

Решение систем линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: правило Крамера, метод обратной матрицы. Метод Гаусса исследования и решения систем уравнений.

Тема 2. Теория пределов

Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Предел слева и справа. Свойства пределов: арифметические действия над функциями, имеющими пределы.

Предел монотонной функции. Некоторые замечательные пределы. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций, главная часть функции.

Тема 3. Производная и дифференциал

Производная, дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной, уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила дифференцирования.

Формулы дифференцирования основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функции.

Тема 4. Неопределенный интеграл

Первообразная, неопределенный интеграл, его свойства. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования «по частям».

Интегрирование простейших рациональных дробей. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие: случаи неповторяющихся линейных

действительных множителей знаменателя и неповторяющихся квадратичных его множителей. Интегрирование тригонометрических и простейших иррациональных функций

Тема 5. Определенный интеграл

Интегральные суммы. Определённый интеграл, его геометрический смысл, свойства. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур (в декартовых и полярных координатах), длин дуг кривых. Методы приближенных вычислений определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.

Тема 6. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения I порядка. Линейные уравнения I порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения II порядка. Уравнения высших порядков. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения n-го порядка

Тема 7. Аналитическая геометрия

Метод координат. Введение прямоугольных координат на плоскости и в пространстве. Определение расстояния между точками, деление отрезка в заданном отношении. Полярные и другие системы координат, переход между ними.

Уравнения прямых и кривых на плоскости. Уравнение прямой: с угловым коэффициентом, общее, в отрезках, через точку и направление. Взаимное расположение прямых: параллельность, перпендикулярность, угол между прямыми. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола - их уравнения, свойства, фокусы, директрисы, эксцентриситет.

Векторы. Основные понятия: вектор, модуль, нулевой и единичный векторы, орт, коллинеарные и компланарные векторы. Линейные операции над векторами, проекции, разложение по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их геометрический смысл и применение.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнения плоскости: общее, через точку и нормаль, через три точки, в отрезках. Взаимное расположение плоскостей: параллельность, перпендикулярность, угол между плоскостями. Уравнения прямой в пространстве: через точку и направление, через две точки, пересечение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости, угол между прямой и плоскостью.

Преобразование координат. Поворот, перенос, масштабирование систем координат. Составление уравнения по заданному геометрическому объекту. Исследование свойств объекта по его уравнению.

Тема 8. Комплексные числа

Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль комплексного числа. Определение комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение и вычитание; умножение; деление. Геометрическое изображение комплексных чисел на комплексной плоскости. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа: определение. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме: умножение и деление; возведение в степень (формула Муавра); извлечение корня. Показательная форма комплексного числа. Применение комплексных чисел в математике и физике.

Тема 9. Алгебра высказываний

Определение простого и сложного высказывания. Примеры истинных и ложных высказываний. Логические переменные и их значения. Соответствие между значениями «истина» и «ложь». Основные логические операции (связки): Конъюнкция (логическое «И», &). Дизъюнкция (логическое «ИЛИ», ∨). Импликация («если..., то...», →). Эквивалентность («тогда и только тогда», ↔). Отрицание (инверсия, «НЕ», ¬). Таблицы истинности. Примеры построения таблиц для каждой логической операции. Формализация высказываний. Перевод предложений с естественного языка на язык алгебры логики. Логические законы и равносильности. Законы де Моргана, ассоциативности, дистрибутивности, идемпотентности и др. Преобразование логических выражений с помощью законов. Понятие необходимости и достаточности в логике. Применение алгебры высказываний для решения практических задач. Логические схемы и их связь с алгеброй высказываний. Построение умозаключений и доказательство теорем. Прямые, обратные, противоположные и противоположные обратные теоремы. Использование импликации и эквивалентности в доказательствах.

Тема 10. Основы теории множеств

Основные черты математического мышления, аксиоматический подход,

математические доказательства, прямая, обратная и противоположная теоремы. Индукция и дедукция, бином Ньютона. Элементы и множества, конечные и бесконечные множества, отношения и отображения. Операции над множествами. Понятие размерности множества.

Тема 11. Предикаты

Понятие предиката. Операции над предикатами. Применение предикатов.

Тема 12. Основы теории графов

Граф: определение, вершины и рёбра. Инцидентность и смежность. Степень вершины, изолированные, висячие и шарнирные вершины. Петли, кратные рёбра, мосты.

Виды графов. Ориентированные, неориентированные и смешанные графы. Графы с петлями и мультиграфы. Пустые, полные, регулярные, двудольные графы. Планарные графы. Пути, цепи, циклы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Компоненты связности, связные и несвязные графы. Деревья и леса. Определение дерева, свойства деревьев. Корневые и бинарные деревья. Остовные деревья, лес. Взвешенные графы Вес рёбер, применение в транспортных и сетевых задачах. Представление графов. Список рёбер, матрица смежности, список смежности, набор степеней вершин. Задача о максимальном потоке. Сетевое планирование. Оптимизация маршрутов, анализ сетей. Методы визуализации графов. Использование графов в программировании, анализе данных, искусственном интеллекте.

Тема 13. Элементы теории алгоритмов

Понятие алгоритма. Определение, свойства, примеры, формализация (машины Тьюринга, рекурсивные функции и др.). Классификация алгоритмов. По сложности, по структуре (линейные, ветвящиеся, циклические), по типу обрабатываемых данных. Структуры данных. Массивы, списки, деревья, графы, их особенности и применение в алгоритмах. Анализ сложности алгоритмов. Оценка времени выполнения и объёма памяти (асимптотический анализ, *О-нотация*), худший, лучший и средний случаи. Методы проектирования алгоритмов. Жадные алгоритмы, динамическое программирование, *«разделяй и властвуй»*, перебор, рекурсия. Теория сложности вычислений. Классы задач (*P*, *NP*, *NP-полные*), проблема разрешимости, вычислительные модели. Теория автоматов и формальных языков. Конечные автоматы, регулярные выражения, контекстно-свободные грамматики. Оценка и сравнение алгоритмов. Критерии выбора оптимального алгоритма для задачи, влияние структуры данных на эффективность. Открытые проблемы и современные направления. Примеры нерешённых задач, актуальные исследования в области алгоритмов.

Тема 14. Основные понятия теории вероятности

Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Тема 15. Основы математической статистики

Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Тема 16. Промежуточная аттестация. Экзамен

Решение конкретной теоретической или практической задачи для установления степени усвоения изучаемого материала студентом.

См. приложение 1 «Вопросы к экзамену»

Планы практических занятий

Тема 1. Матрицы.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Операции над матрицами. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Приведение к трапециевидной форме. Приведение к треугольной форме. Матрицы элементарных преобразований

Перестановки. Понятие определителя. Построение определителя n-го порядка. Простейшие свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Определители второго и третьего порядков.

Условие обратимости. Понятие невырожденной матрицы. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы. Приведение к диагональной форме

Решение систем линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: правило Крамера, метод обратной матрицы. Метод Гаусса исследования и решения систем уравнений.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 2. Теория пределов.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Предел слева и справа. Свойства пределов: арифметические действия над функциями, имеющими пределы.

Предел монотонной функции. Некоторые замечательные пределы. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций, главная часть функции.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 3. Производная и дифференциал.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Производная, дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной, уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила дифференцирования.

Формулы дифференцирования основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функции.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 4. Неопределенный интеграл.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Первообразная, неопределенный интеграл, его свойства. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования «по частям». Интегрирование простейших рациональных дробей. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие: случаи неповторяющихся линейных действительных множителей знаменателя и неповторяющихся квадратичных его множителей. Интегрирование тригонометрических и простейших иррациональных функций.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 5. Определенный интеграл.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Интегральные суммы. Определённый интеграл, его геометрический смысл, свойства. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур (в декартовых и полярных координатах), длин дуг кривых. Методы приближенных вычислений определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения I порядка. Линейные уравнения I порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения II порядка. Уравнения высших порядков. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения n-го порядка.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 7. Аналитическая геометрия.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Метод координат. Введение прямоугольных координат на плоскости и в пространстве. Определение расстояния между точками, деление отрезка в заданном отношении. Полярные и другие системы координат, переход между ними.

Уравнения прямых и кривых на плоскости. Уравнение прямой: с угловым коэффициентом, общее, в отрезках, через точку и направление. Взаимное расположение прямых: параллельность, перпендикулярность, угол между прямыми. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола - их уравнения, свойства, фокусы, директрисы, эксцентриситет.

Векторы. Основные понятия: вектор, модуль, нулевой и единичный векторы, орт, коллинеарные и компланарные векторы. Линейные операции над векторами, проекции, разложение по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их геометрический смысл и применение.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнения плоскости: общее, через точку и нормаль, через три точки, в отрезках. Взаимное расположение плоскостей: параллельность, перпендикулярность, угол между плоскостями. Уравнения прямой в пространстве: через точку и направление, через две точки, пересечение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости, угол между прямой и плоскостью.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 8. Комплексные числа.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль комплексного числа. Определение комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение и вычитание; умножение; деление. Геометрическое изображение комплексных чисел на комплексной плоскости. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа: определение. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме: умножение и деление; возведение в степень (формула Муавра); извлечение корня. Показательная форма комплексного числа. Применение комплексных чисел в математике и физике.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 9. Алгебра высказываний.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Определение простого и сложного высказывания. Примеры истинных и ложных высказываний. Логические переменные и их значения. Соответствие между значениями «истина» и «ложь». Основные логические операции (связки):

Конъюнкция (логическое «И», &). Дизъюнкция (логическое «ИЛИ», ∨). Импликация («если..., то...», →). Эквивалентность («тогда и только тогда», ↔). Отрицание (инверсия, «НЕ», ¬). Таблицы истинности. Примеры построения таблиц для каждой логической операции. Формализация высказываний. Перевод предложений с естественного языка на язык алгебры логики. Логические законы и равносильности. Законы де Моргана, ассоциативности, дистрибутивности, идемпотентности и др. Преобразование логических выражений с помощью законов. Понятие необходимости и достаточности в логике. Применение алгебры высказываний для решения практических задач. Логические схемы и их связь с алгеброй высказываний. Построение умозаключений и доказательство теорем. Прямые, обратные, противоположные и противоположные обратные теоремы. Использование импликации и эквивалентности в доказательствах.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 10. Основы теории множеств.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Основные черты математического мышления, аксиоматический подход, математические доказательства, прямая, обратная и

противоположная теоремы. Индукция и дедукция, бином Ньютона. Элементы и множества, конечные и бесконечные множества, отношения и отображения. Операции над множествами. Понятие размерности множества.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 11. Предикаты.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие предиката. Операции над предикатами. Применение предикатов.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 12. Основы теории графов.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Граф: определение, вершины и рёбра. Инцидентность и смежность. Степень вершины, изолированные, висячие и шарнирные вершины. Петли, кратные рёбра, мосты.

Виды графов. Ориентированные, неориентированные и смешанные графы. Графы с петлями и мультиграфы. Пустые, полные, регулярные, двудольные графы. Планарные графы. Пути, цепи, циклы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Компоненты связности, связные и несвязные графы. Деревья и леса. Определение дерева, свойства деревьев. Корневые и бинарные деревья. Остовные деревья, лес. Взвешенные графы Вес рёбер, применение в транспортных и сетевых задачах. Представление графов. Список рёбер, матрица смежности, список смежности, набор степеней вершин. Задача о максимальном потоке. Сетевое планирование. Оптимизация маршрутов, анализ сетей. Методы визуализации графов. Использование графов в программировании, анализе данных, искусственном интеллекте.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 13. Элементы теории алгоритмов.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие алгоритма. Определение, свойства, примеры, формализация (машины Тьюринга, рекурсивные функции и др.). Классификация алгоритмов. По сложности, по структуре (линейные, ветвящиеся, циклические), по типу обрабатываемых данных. Структуры данных. Массивы, списки, деревья, графы, их особенности и применение в алгоритмах. Анализ сложности алгоритмов. Оценка времени выполнения и объёма памяти (асимптотический анализ, *О-нотация*), худший, лучший и средний случаи. Методы проектирования алгоритмов. Жадные алгоритмы, динамическое программирование, *«разделяй и властвуй»*, перебор, рекурсия. Теория сложности вычислений.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 14. Основные понятия теории вероятности.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей.

См. Приложение 2 «Практические работы».

Тема 15. Основы математической статистики.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

См. Приложение 2 «Практические работы».

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1.1. Методические указания:

Самостоятельная работа обучающихся, это работа, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время при методическом руководстве преподавателя с целью овладения необходимыми компетенциями по дисциплине, дополнительными знаниями, умениями и навыками, опытом творческой, исследовательской деятельности, развития самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного уровня.

Видами заданий для самостоятельной работы являются:

1. Заполнение глоссария
2. Поиск и анализ источников и литературы
3. Подготовка сообщений, презентаций, докладов, рефератов
4. Выполнение практических работ
5. Решение задач

Для выполнения заданий по самостоятельной работе рекомендуется использовать материалы учебников и интернет ресурсов:

Основная литература:

1. Информатика и математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников, Е. И. Нагаева, М. А. Зайцев ; под редакцией А. М. Попова. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 484 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08207-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560681

2. Тропин, М. П. Математическая обработка информации : учебное пособие для среднего профессионального образования / М. П. Тропин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 151 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-20556-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/588548

3. Математика и информатика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под редакцией В. Д. Элькина. — 2-е изд., перераб.

и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 402 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10683-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583918

4. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/598493

5. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебник для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583277

6. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584924

7. Кашапова, Ф. Р. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : учебник для среднего профессионального образования / Ф. Р. Кашапова, И. А. Кашапов, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 128 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11363-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/585971

Дополнительная литература:

1. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 568 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17016-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/598537

2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 224 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16717-7. — Т Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 393 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17723-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583724

3. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 393 с. —

(Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17723-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583724

4. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебник для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 202 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8846-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584904

5. Дорофеева, А. В. Математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 176 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15556-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583956

6. Кучер, Т. П. Математика. Тесты : учебное пособие для среднего профессионального образования / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 541 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10555-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584425

Интернет-ресурсы:

Журнал РАН «Алгебра и анализ»http://www.pdmi.ras.ru/AA

http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»

http://www.mathematics.ru Математика в Открытом колледже

http://www.math.ru Math.ru: Математика и образование

http://www.bymath.net Вся элементарная математика

http://www.neive.by.ru Геометрический портал

http://graphfunk.narod.ru Графики функций

http://www.allmath.ru Allmath.ru — вся математика в одном месте

http://eqworld.ipmnet.ru EqWorld: Мир математических уравнений

http://www.mathem.h1.ru Математика: справочная информация в помощь студенту

http://www.mathtest.ru Математика в помощь школьнику и студенту

www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»).

www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).

http://mon.gov.ru/ (Сайт Министерства образования и науки РФ) /

www.edu.ru (Российский образовательный портал).

www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).

Российская государственная публичная библиотека http://elibrary.rsl.ru/

http://www.rambler.ru – Русская поисковая система.

http://www.yandex.ru – Русская поисковая система.

http://biblioteka.net.ru – Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –http://www.edu-all.ru/

Рекомендации по составлению и заполнению глоссария:

Использование глоссария способствует прояснению, запоминанию и уточнению ключевых понятий дисциплины. Глоссарий охватывает все узкоспециализированные термины, встречающиеся в тексте. Глоссарий должен содержать не менее 30 терминов, они должны быть перечислены в алфавитном порядке, соблюдена нумерация. Глоссарий должен быть оформлен по принципу реферативной работы, в обязательном порядке присутствует титульный лист и нумерация страниц. Объем работы должен составлять 10-15 страниц. Тщательно проработанный глоссарий помогает избежать разночтений и улучшить в целом качество всей документации. В глоссарии включаются самые частотные термины и фразы, а также все ключевые термины с толкованием их смысла. Глоссарии могут содержать отдельные слова, фразы, аббревиатуры, слоганы и даже целые предложения.

Рекомендации по поиску и анализу источников и литературы

Найдите дополнительные источники литературы и источники, максимально соответствующие теме (заданию) и рекомендованные преподавателем. Ознакомьтесь с аннотацией источника, ее содержанием по оглавлению. Найдите необходимый материал и просмотрите его содержание. Определите форму записи (конспект, тезисы, цитаты, выписки, факты), составьте план и обсудите с преподавателем. Выпишите незнакомые слова и найдите их определение в словаре или спросите у преподавателя. Выполните краткий конспект. В конце своих записей сделайте резюме к тексту.

Рекомендации по подготовке сообщений, презентаций, докладов, рефератов

Внимательно прочитайте тему доклада, составьте предполагаемый план раскрытия темы, обсудите его с преподавателем. При работе с источниками информации тщательно отбирайте примеры, факты, следите за логикой их обоснования. Помните, что объем вашего выступления не должен выходить за предложенные преподавателем нормы. Выберите из подготовленного текста наиболее существенные моменты будущего выступления и согласуйте с преподавателем. При необходимости сопроводите свое выступление иллюстрациями или подготовьте презентацию. Презентация должна быть краткой, доступной и целостной. Главное в презентации – содержание. Придерживайтесь единого стилевого оформления. Не рекомендуется использовать в стилевом оформлении презентации более трех цветов или трех типов шрифта. Оформление слайда не должно отвлекать от его содержательной части. Не все слайды презентации должны быть выдержаны в одном стиле.

На одном слайде не должно быть слишком много информационных блоков, обычно до трёх. Ключевые слова в информационном блоке необходимо выделить. Наиболее важную информацию – поместить в центр слайда. Приводите факты,

цифры, графики - это хорошая поддержка для вашего выступления. Голый текст никого не заинтересует (если вы, конечно, не несете слушателям свет новой истины). Применяйте высококонтрастные цвета, крупные шрифты и четкие иллюстрации. Фотографии, рисунки и другие иллюстрации старайтесь размещать на отдельных слайдах. То же относится большим диаграммам, таблицам, схемам и графикам. Не забывайте указывать источники информации.

Приступая к подготовке реферата, доклада, на первом этапе, нужно собрать информацию. Можно использовать книги, статьи, научные публикации и интернет-ресурсы. Во время исследования нужно делать заметки, выделяя ключевые моменты, факты и примеры. Доклад необходимо структурировать. Обычно он включает три раздела: Введение - представить тему и объяснить её актуальность. Основная часть - разделить на несколько логически связанных частей. Каждая часть должна содержать ключевые идеи и факты. Заключение - подвести итоги, сделать выводы, дать рекомендации или предложить направления для дальнейшего изучения темы.

Подготовить визуальные материалы. Если доклад предполагает наличие презентации, нужно создать слайды, которые помогут визуализировать информацию.

Рекомендации по выполнению практических работ

Ознакомьтесь с темой, целью и заданием практической работы. Повторите теоретический материал, необходимый для выполнения работы.

Пройдите инструктаж по технике безопасности, если работа связана с оборудованием или лабораторными условиями. Запишите дату, тему и цель работы.

Следуйте предложенному алгоритму действий, если он есть. Работайте аккуратно, используйте линейки, карандаши, разборчивый почерк. Таблицы и схемы оформляйте чётко и по правилам.

По итогам работы сформулируйте выводы, ответьте на контрольные вопросы.

Проверьте, чтобы все расчёты и ответы были выполнены полностью и правильно.

Если работа письменная, составьте план, продумайте логику изложения, аргументируйте свои решения.

При возникновении трудностей обращайтесь к преподавателю или дополнительной литературе.

Соблюдайте требования к оформлению: аккуратность, читаемость, соответствие стандартам.

Рекомендации по самостоятельному изучению:

Начните с базовых понятий каждой категории

Решайте практические задачи регулярно

Используйте несколько источников для лучшего понимания

Создавайте конспекты и схемы

Применяйте изученное на практике

Участвуйте в онлайн-форумах и обсуждениях

Проверяйте свои знания через тесты и контрольные работы

Дополнительные советы:
Регулярность - занимайтесь минимум 30 минут ежедневно
Системность - следуйте логической последовательности изучения
Практика - решайте как можно больше задач
Обратная связь - проверяйте решения и исправляйте ошибки
Мотивация - ставьте конкретные цели и отслеживайте прогресс

Задания по самостоятельной работе должны быть выполнены до начала промежуточной аттестации.

Критерии оценки защиты мультимедийной презентации:

Оценка 5 ставится, если выполнены все требования к созданию мультимедийной презентации: обозначена тема, выполнен краткий анализ различных источников по данной теме, сформулированы выводы, выдержан объѐм, соблюдены требования к оформлению: фон, шрифт, объем текста, рисунки, анимация, выдержан единый стиль оформления

Оценка 4 – основные требования созданию мультимедийной презентации и ее защите выполнены, но при этом допущены недочѐты: имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность; не выдержан объѐм презентации; имеются упущения в оформлении: не полностью соблюден единый стиль оформления.

Оценка 3 – имеются существенные отступления от требований к созданию мультимедийной презентации: не полностью раскрыта тема, имеются существенные недочеты в оформлении.

Оценка 2 – тема презентации не раскрыта, не соблюден единый стиль оформления слайдов.

Критерии оценки выступления с сообщением:

Оценка 5 - выполнены все требования к написанию и защите сообщения: обозначена проблема и обоснована еѐ актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объѐм, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка 4 – основные требования к сообщению и их защите выполнены, но при этом допущены недочѐты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объѐм;

имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы.

Оценка 3 – имеются существенные отступления от требований: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод.

Оценка 2 – тема не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы.

Критерии оценки устных ответов:

Оценка 5 – обучающийся полно излагает изученный материал, дает правильное определение языковых понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка 4 – обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка 3 – обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий и формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка 2 – обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

5.1.2. Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний.

№	Задания
1	Постройте математическую модель для задачи о кратчайшем пути в графе и решите её с помощью алгоритма Дейкстры
2	Постройте математическую модель для задачи оптимизации (например, распределения ресурсов) и решите её методом линейного программирования
3	Приведите примеры применения математического аппарата в современных информационных технологиях (например, в машинном

	обучении, криптографии)
4	Ответьте письменно на следующие вопросы 1. Дайте определение множества, приведите примеры конечных и бесконечных множеств. 2. Что такое функция? Приведите примеры отображений из одного множества в другое. 3. Объясните понятие композиции функций и решите задачу на нахождение композиции двух функций. 4. Что такое матрица? Опишите основные операции с матрицами (сложение, умножение, транспонирование). 5. Что такое вектор? Опишите операции с векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение). 6. Опишите основные понятия теории графов: вершина, ребро, путь, цикл. 7. Что такое дерево? Приведите примеры применения деревьев в информационных технологиях. 8. Дайте определение вероятности события и решите задачу на нахождение вероятности. 9. Опишите основные понятия комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки.
5	Опишите основные операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение) и приведите примеры

5.2. Задания, направленные на формирование профессиональных умений.

№	Задания
6	Построить математическую модель для заданной задачи из области ИТ *(например, моделирование работы компьютерной сети, прогнозирование нагрузки на сервер)*
7	Реализовать на языке программирования *(например, Python, C++ или Java)* алгоритм сортировки, поиска, оптимизации или машинного обучения, используя соответствующие математические методы
8	Решить задачу классификации или кластеризации данных с помощью математических методов и современных библиотек
9	Разработать мини-проект, в котором требуется применить знания из линейной алгебры, теории вероятностей или математической статистики для решения реальной задачи из сферы ИТ *(например, разработка рекомендательной системы, анализ рисков, моделирование бизнес-процессов)*.
10	Извлечь, проанализировать и интерпретировать информацию из графиков, таблиц и диаграмм, связанных с ИТ-задачами

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО

ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

6.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

Перечень знаний, осваиваемых в рамках учебной дисциплины

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
- актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить; - структура плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; - основные источники информации и ресурсы для решения задач и/или проблем в профессиональном и/или социальном контексте; - методы работы в профессиональной и смежных сферах; - порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности. - распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте, анализировать и выделять её составные части; - определять этапы решения задачи, составлять план действия, реализовывать составленный план, определять необходимые ресурсы; - выявлять и	- знание и понимание материала; - грамотное использование терминологии в ходе устных и письменных ответов; - критическое мышление и решение проблем; - коммуникативные навыки;	- устные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - письменные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - сообщения или доклады в ходе практических занятий; - выполнение заданий в ходе практических занятий: - выполнение заданий и упражнений, рекомендованных для самостоятельной работы; - экзамен

эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; - владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; - оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)		
- номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности; - приемы структурирования информации; - формат оформления результатов поиска информации; - современные средства и устройства информатизации, порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности, в том числе цифровые средства. - определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации; - выделять наиболее значимое в перечне информации, структурировать получаемую информацию, оформлять результаты	- знание и понимание материала; - грамотное использование терминологии в ходе устных и письменных ответов; - критическое мышление и решение проблем; - коммуникативные навыки;	- устные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - письменные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - сообщения или доклады в ходе практических занятий; - выполнение заданий в ходе практических занятий: - выполнение заданий и упражнений, рекомендованных для самостоятельной работы; - экзамен

поиска; - оценивать практическую значимость результатов поиска; - применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; - использовать современное программное обеспечение в профессиональной деятельности; - использовать различные цифровые средства для решения профессиональных задач.		

6.2. ФОС для текущего контроля:

См. Приложение 3 «ФОС для текущего контроля»

6.3 ФОС для промежуточной аттестации:

Задания для оценки знаний.

№	Задания
1	Вопросы к экзамену 1-20
2	1. Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Операции над матрицами. 2. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. 3. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. 4. Приведение к трапециевидной форме. Приведение к треугольной форме. 5. Матрицы элементарных преобразований 6. Перестановки. Понятие определителя. 7. Построение определителя n-го порядка. Простейшие свойства определителя. 8. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. 9. Определители второго и третьего порядков. 10. Условие обратимости. Понятие невырожденной матрицы. 11. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. 12. Вычисление обратной матрицы. Приведение к диагональной

	форме 13. Решение систем линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: правило Крамера, метод обратной матрицы. 14. Метод Гаусса исследования и решения систем уравнений. 15. Предел функции в точке. 16. Предел функции на бесконечности. 17. Предел слева и справа. 18. Свойства пределов: арифметические действия над функциями, имеющими пределы. 19. Предел монотонной функции. 20. Некоторые замечательные пределы.
3	Вопросы к экзамену 21-40
4	21. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций, главная часть функции. 22. Производная, дифференцируемость функции. 23. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной, уравнения касательной и нормали. 24. Дифференциал функции, его геометрический смысл. 25. Правила дифференцирования. 26. Формулы дифференцирования основных элементарных функций. 27. Производные сложной и обратной функции. 28. Первообразная неопределенный интеграл, его свойства. 29. Замена переменной в неопределенном интеграле. 30. Формула интегрирования «по частям». 31. Интегрирование простейших рациональных дробей. 32. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие: случаи неповторяющихся линейных действительных множителей знаменателя и неповторяющихся квадратичных его множителей. 33. Интегрирование тригонометрических и простейших иррациональных функций. Интегральные суммы. 34. Определённый интеграл, его геометрический смысл, свойства. 35. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. 36. Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. 37. Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла. 38. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур (в декартовых и полярных координатах), длин дуг кривых. 39. Методы приближенных вычислений определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. 40. Дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.

5	Вопросы к экзамену 41-60
6	41. Однородные уравнения I порядка. Линейные уравнения I порядка. Уравнение Бернулли. 42. Дифференциальные уравнения II порядка. 43. Уравнения высших порядков. 44. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. 45. Неоднородные линейные уравнения n-го порядка 46. Метод координат. Введение прямоугольных координат на плоскости и в пространстве. 47. Определение расстояния между точками, деление отрезка в заданном отношении. 48. Полярные и другие системы координат, переход между ними. 49. Уравнения прямых и кривых на плоскости. 50. Уравнение прямой: с угловым коэффициентом, общее, в отрезках, через точку и направление. 51. Взаимное расположение прямых: параллельность, перпендикулярность, угол между прямыми. 52. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола - их уравнения, свойства, фокусы, директрисы, эксцентриситет. 53. Векторы. Основные понятия: вектор, модуль, нулевой и единичный векторы, орт, коллинеарные и компланарные векторы. 54. Линейные операции над векторами, проекции, разложение по базису. 55. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их геометрический смысл и применение. 56. Аналитическая геометрия в пространстве. 57. Уравнения плоскости: общее, через точку и нормаль, через три точки, в отрезках. 58. Взаимное расположение плоскостей: параллельность, перпендикулярность, угол между плоскостями. 59. Уравнения прямой в пространстве: через точку и направление, через две точки, пересечение прямой и плоскости. 60. Расстояние от точки до плоскости, угол между прямой и плоскостью.
7	Вопросы к экзамену 61-80
8	61. Преобразование координат. Поворот, перенос, масштабирование систем координат. 62. Составление уравнения по заданному геометрическому объекту. Исследование свойств объекта по его уравнению. 63. Определение комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение и вычитание; умножение; деление. 64. Геометрическое изображение комплексных чисел на

	комплексной плоскости. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа: определение. 65. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме: умножение и деление; возведение в степень (формула Муавра); извлечение корня. 66. Показательная форма комплексного числа. Применение комплексных чисел в математике и физике. 67. Определение простого и сложного высказывания. Примеры истинных и ложных высказываний. 68. Логические переменные и их значения. Соответствие между значениями «истина» и «ложь». 69. Основные логические операции (связки): Конъюнкция (логическое «И», &). Дизъюнкция (логическое «ИЛИ», ∨). Импликация («если..., то...», →). Эквивалентность («тогда и только тогда», ↔). Отрицание (инверсия, «НЕ», ¬). 70. Таблицы истинности. Примеры построения таблиц для каждой логической операции. 71. Формализация высказываний. 72. Перевод предложений с естественного языка на язык алгебры логики. Логические законы и равносильности. 73. Законы де Моргана, ассоциативности, дистрибутивности, идемпотентности и др. 74. Преобразование логических выражений с помощью законов. Понятие необходимости и достаточности в логике. 75. Применение алгебры высказываний для решения практических задач. Логические схемы и их связь с алгеброй высказываний. 76. Построение умозаключений и доказательство теорем. Прямые, обратные, противоположные и противоположные обратные теоремы. Использование импликации и эквивалентности в доказательствах. 77. Основные черты математического мышления, аксиоматический подход, математические доказательства, прямая, обратная и противоположная теоремы. Индукция и дедукция, бином Ньютона. 78. Элементы и множества, конечные и бесконечные множества, отношения и отображения. 79. Операции над множествами. Понятие размерности множества. 80. Понятие предиката. Операции над предикатами. Применение предикатов.
9	Вопросы к экзамену 81-100
10	81. Граф: определение, вершины и рёбра. Инцидентность и смежность. Степень вершины, изолированные, висячие и шарнирные вершины. Петли, кратные рёбра, мосты. 82. Виды графов. Ориентированные, неориентированные и смешанные графы. Графы с петлями и мультиграфы. 83. Пустые, полные, регулярные, двудольные графы. Планарные

	графы. Пути, цепи, циклы. 84. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Компоненты связности, связные и несвязные графы. 85. Деревья и леса. Определение дерева, свойства деревьев. Корневые и бинарные деревья. Остовные деревья, лес. 86. Взвешенные графы Вес рёбер, применение в транспортных и сетевых задачах. 87. Представление графов. Список рёбер, матрица смежности, список смежности, набор степеней вершин. 88. Задача о максимальном потоке. Сетевое планирование. Оптимизация маршрутов, анализ сетей. 89. Методы визуализации графов. Использование графов в программировании, анализе данных, искусственном интеллекте. 90. Понятие алгоритма. Определение, свойства, примеры, формализация (машины Тьюринга, рекурсивные функции и др.). 91. Классификация алгоритмов. По сложности, по структуре (линейные, ветвящиеся, циклические), по типу обрабатываемых данных. 92. Структуры данных. Массивы, списки, деревья, графы, их особенности и применение в алгоритмах. 93. Анализ сложности алгоритмов. Оценка времени выполнения и объёма памяти (асимптотический анализ, *О-нотация*), худший, лучший и средний случаи. 94. Методы проектирования алгоритмов. Жадные алгоритмы, динамическое программирование, *«разделяй и властвуй»*, перебор, рекурсия. 95. Теория сложности вычислений. Классы задач (*P*, *NP*, *NP-полные*), проблема разрешимости, вычислительные модели. 96. Теория автоматов и формальных языков. Конечные автоматы, регулярные выражения, контекстно-свободные грамматики. 97. Оценка и сравнение алгоритмов. Критерии выбора оптимального алгоритма для задачи, влияние структуры данных на эффективность. 98. Открытые проблемы и современные направления. Примеры нерешённых задач, актуальные исследования в области алгоритмов. 99. Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. 100. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Задания для оценки умений.
См. Приложение 4 «Задания для самостоятельной работы»

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература:

1. Информатика и математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников, Е. И. Нагаева, М. А. Зайцев ; под редакцией А. М. Попова. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 484 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08207-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560681

2. Тропин, М. П. Математическая обработка информации : учебное пособие для среднего профессионального образования / М. П. Тропин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 151 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-20556-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/588548

3. Математика и информатика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под редакцией В. Д. Элькина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 402 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10683-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583918

4. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/598493

5. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебник для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583277

6. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584924

7. Кашапова, Ф. Р. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : учебник для среднего профессионального образования / Ф. Р. Кашапова, И. А. Кашапов, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 128 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11363-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/585971

Дополнительная литература:

1. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 568 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17016-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/598537

2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 224 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16717-7. — Т Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 393 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17723-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583724

3. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 393 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17723-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583724

4. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебник для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 202 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8846-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584904

5. Дорофеева, А. В. Математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 176 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15556-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583956

6. Кучер, Т. П. Математика. Тесты : учебное пособие для среднего профессионального образования / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 541 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10555-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584425

Интернет-ресурсы:

https://urait.ru Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов

Журнал РАН «Алгебра и анализ»http://www.pdmi.ras.ru/AA

http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»

http://www.mathematics.ru Математика в Открытом колледже

http://www.math.ru Math.ru: Математика и образование

http://www.bymath.net Вся элементарная математика

http://www.neive.by.ru Геометрический портал

http://graphfunk.narod.ru Графики функций

http://www.allmath.ru Allmath.ru — вся математика в одном месте

http://eqworld.ipmnet.ru EqWorld: Мир математических уравнений

http://www.mathem.h1.ru Математика: справочная информация в помощь студенту

http://www.mathtest.ru Математика в помощь школьнику и студенту

www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»).

www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).

http://mon.gov.ru/ (Сайт Министерства образования и науки РФ) /

www.edu.ru (Российский образовательный портал).

www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).

Российская государственная публичная библиотека http://elibrary.rsl.ru/

http://www.rambler.ru – Русская поисковая система.

http://www.yandex.ru – Русская поисковая система.

http://biblioteka.net.ru – Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –http://www.edu-all.ru/

8. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЛЕКТОВ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При изучении учебной дисциплины (в том числе в интерактивной форме) предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя: свободно распространяемое программное обеспечение OpenOffice; веб-браузер (Google Chrome); электронные библиотечные системы IPR Smart и ЮРАЙТ; систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «Антиплагиат.ВУЗ».

Для доступа к учебному плану и результатам освоения дисциплины, формирования Портфолио обучающегося используется Личный кабинет студента (он-лайн доступ через сеть Интернет https://portal.rosnou.ru). Для обеспечения доступа обучающихся во внеучебное время к электронным образовательным ресурсам учебной дисциплины ЮРАЙТ и IPR Smart, а также для студентов, обучающихся с применением дистанционных образовательных технологий, используется портал через сеть Интернет https://e-edu.rosnou.ru, https://id.rosnou.ru.

9. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

https://urait.ru Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов

Журнал РАН «Алгебра и анализ»http://www.pdmi.ras.ru/AA

http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»

http://www.mathematics.ru Математика в Открытом колледже

http://www.math.ru Math.ru: Математика и образование

http://www.bymath.net Вся элементарная математика

http://www.neive.by.ru Геометрический портал

http://graphfunk.narod.ru Графики функций

http://www.allmath.ru Allmath.ru — вся математика в одном месте

http://eqworld.ipmnet.ru EqWorld: Мир математических уравнений

http://www.mathem.h1.ru Математика: справочная информация в помощь студенту

http://www.mathtest.ru Математика в помощь школьнику и студенту

www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»).

www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).

http://mon.gov.ru/ (Сайт Министерства образования и науки РФ) /

www.edu.ru (Российский образовательный портал).

www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).

Российская государственная публичная библиотека http://elibrary.rsl.ru/

http://www.rambler.ru – Русская поисковая система.

http://www.yandex.ru – Русская поисковая система.

http://biblioteka.net.ru – Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –http://www.edu-all.ru/

10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Изучение учебной дисциплины обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с Приказом Министерства просвещения РФ от 31 марта 2025 г. № 253 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере общего, среднего профессионального образования и соответствующего дополнительного профессионального образования, профессионального обучения, дополнительного образования детей и взрослых, организации отдыха и оздоровления детей, а также оказания им при этом необходимой помощи», Положением АНО ВО «РосНОУ» Об организации обучения студентов – инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Лица с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются электронными образовательными ресурсами, адаптированными к состоянию их здоровья.

Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится

преподавателями с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся и специфики приема-передачи учебной информации на основании просьбы, выраженной в письменной форме.

С обучающимися по индивидуальному плану или индивидуальному графику проводятся индивидуальные занятия и консультации.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Учебная аудитория для проведения лекционных занятий (поточная), оснащенная оборудованием: специализированная мебель; маркерная доска (переносная), проектор (портативный); экран (переносной); ноутбук для преподавателя (с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду вуза); колонки; микрофон, наглядные пособия (плакаты).

Учебная аудитория для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, воспитательной работы (**Лаборатория Информатики и информационных компьютерных технологий в профессиональной деятельности**), оснащенная оборудованием: специализированная мебель; магнитно-маркерная доска; проектор; экран; телевизор; ПК для преподавателя или ноутбук (с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду вуза), персональные компьютеры в сборке с пакетом специализированных программ; наглядные пособия (плакаты).

Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное оборудованием: персональные компьютеры в сборке с пакетом специализированных программ, с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду.

Учебная аудитория для занятий обучающихся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ. Специализированная мебель (стол для инвалидов-колясочников СИ-1), проектор; экран; мнемосхема тактильная; персональные компьютеры в сборке со специализированным пакетом программ, клавиатура с подсветкой с возможностью работы слабовидящим; комплект для маркировки Брайлем (клавиатура для компьютера); индукционная система переносная ИЦР-2.

Приложение 1

«Вопросы к экзамену»

1. Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Операции над матрицами.
2. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матрицы.
3. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме.
4. Приведение к трапециевидной форме. Приведение к треугольной форме.
5. Матрицы элементарных преобразований
6. Перестановки. Понятие определителя.
7. Построение определителя n-го порядка. Простейшие свойства определителя.
8. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
9. Определители второго и третьего порядков.
10. Условие обратимости. Понятие невырожденной матрицы.
11. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.
12. Вычисление обратной матрицы. Приведение к диагональной форме
13. Решение систем линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: правило Крамера, метод обратной матрицы.
14. Метод Гаусса исследования и решения систем уравнений.
15. Предел функции в точке.
16. Предел функции на бесконечности.
17. Предел слева и справа.
18. Свойства пределов: арифметические действия над функциями, имеющими пределы.
19. Предел монотонной функции.
20. Некоторые замечательные пределы.
21. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций, главная часть функции.
22. Производная, дифференцируемость функции.
23. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной, уравнения касательной и нормали.
24. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
25. Правила дифференцирования.
26. Формулы дифференцирования основных элементарных функций.
27. Производные сложной и обратной функции.
28. Первообразная неопределенный интеграл, его свойства.
29. Замена переменной в неопределенном интеграле.
30. Формула интегрирования «по частям».
31. Интегрирование простейших рациональных дробей.
32. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие: случаи неповторяющихся линейных действительных множителей знаменателя и неповторяющихся квадратичных его множителей.
33. Интегрирование тригонометрических и простейших иррациональных функций. Интегральные суммы.
34. Определённый интеграл, его геометрический смысл, свойства.

35. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
36. Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница.
37. Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.
38. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур (в декартовых и полярных координатах), длин дуг кривых.
39. Методы приближенных вычислений определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.
40. Дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
41. Однородные уравнения I порядка. Линейные уравнения I порядка. Уравнение Бернулли.
42. Дифференциальные уравнения II порядка.
43. Уравнения высших порядков.
44. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
45. Неоднородные линейные уравнения n-го порядка
46. Метод координат. Введение прямоугольных координат на плоскости и в пространстве.
47. Определение расстояния между точками, деление отрезка в заданном отношении.
48. Полярные и другие системы координат, переход между ними.
49. Уравнения прямых и кривых на плоскости.
50. Уравнение прямой: с угловым коэффициентом, общее, в отрезках, через точку и направление.
51. Взаимное расположение прямых: параллельность, перпендикулярность, угол между прямыми.
52. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола - их уравнения, свойства, фокусы, директрисы, эксцентриситет.
53. Векторы. Основные понятия: вектор, модуль, нулевой и единичный векторы, орт, коллинеарные и компланарные векторы.
54. Линейные операции над векторами, проекции, разложение по базису.
55. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их геометрический смысл и применение.
56. Аналитическая геометрия в пространстве.
57. Уравнения плоскости: общее, через точку и нормаль, через три точки, в отрезках.
58. Взаимное расположение плоскостей: параллельность, перпендикулярность, угол между плоскостями.
59. Уравнения прямой в пространстве: через точку и направление, через две точки, пересечение прямой и плоскости.
60. Расстояние от точки до плоскости, угол между прямой и плоскостью.
61. Преобразование координат. Поворот, перенос, масштабирование систем координат.
62. Составление уравнения по заданному геометрическому объекту. Исследование свойств объекта по его уравнению.

63. Определение комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение и вычитание; умножение; деление.
64. Геометрическое изображение комплексных чисел на комплексной плоскости. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа: определение.
65. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме: умножение и деление; возведение в степень (формула Муавра); извлечение корня.
66. Показательная форма комплексного числа. Применение комплексных чисел в математике и физике.
67. Определение простого и сложного высказывания. Примеры истинных и ложных высказываний.
68. Логические переменные и их значения. Соответствие между значениями «истина» и «ложь».
69. Основные логические операции (связки): Конъюнкция (логическое «И», &). Дизъюнкция (логическое «ИЛИ», ∨). Импликация («если..., то...», →). Эквивалентность («тогда и только тогда», ↔). Отрицание (инверсия, «НЕ», ¬).
70. Таблицы истинности. Примеры построения таблиц для каждой логической операции.
71. Формализация высказываний.
72. Перевод предложений с естественного языка на язык алгебры логики. Логические законы и равносильности.
73. Законы де Моргана, ассоциативности, дистрибутивности, идемпотентности и др.
74. Преобразование логических выражений с помощью законов. Понятие необходимости и достаточности в логике.
75. Применение алгебры высказываний для решения практических задач. Логические схемы и их связь с алгеброй высказываний.
76. Построение умозаключений и доказательство теорем. Прямые, обратные, противоположные и противоположные обратные теоремы. Использование импликации и эквивалентности в доказательствах.
77. Основные черты математического мышления, аксиоматический подход, математические доказательства, прямая, обратная и противоположная теоремы. Индукция и дедукция, бином Ньютона.
78. Элементы и множества, конечные и бесконечные множества, отношения и отображения.
79. Операции над множествами. Понятие размерности множества.
80. Понятие предиката. Операции над предикатами. Применение предикатов.
81. Граф: определение, вершины и рёбра. Инцидентность и смежность. Степень вершины, изолированные, висячие и шарнирные вершины. Петли, кратные рёбра, мосты.
82. Виды графов. Ориентированные, неориентированные и смешанные графы. Графы с петлями и мультиграфы.
83. Пустые, полные, регулярные, двудольные графы. Планарные графы. Пути, цепи, циклы.

84. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Компоненты связности, связные и несвязные графы.
85. Деревья и леса. Определение дерева, свойства деревьев. Корневые и бинарные деревья. Остовные деревья, лес.
86. Взвешенные графы Вес рёбер, применение в транспортных и сетевых задачах.
87. Представление графов. Список рёбер, матрица смежности, список смежности, набор степеней вершин.
88. Задача о максимальном потоке. Сетевое планирование. Оптимизация маршрутов, анализ сетей.
89. Методы визуализации графов. Использование графов в программировании, анализе данных, искусственном интеллекте.
90. Понятие алгоритма. Определение, свойства, примеры, формализация (машины Тьюринга, рекурсивные функции и др.).
91. Классификация алгоритмов. По сложности, по структуре (линейные, ветвящиеся, циклические), по типу обрабатываемых данных.
92. Структуры данных. Массивы, списки, деревья, графы, их особенности и применение в алгоритмах.
93. Анализ сложности алгоритмов. Оценка времени выполнения и объёма памяти (асимптотический анализ, *O-нотация*), худший, лучший и средний случаи.
94. Методы проектирования алгоритмов. Жадные алгоритмы, динамическое программирование, *«разделяй и властвуй»*, перебор, рекурсия.
95. Теория сложности вычислений. Классы задач (*P*, *NP*, *NP-полные*), проблема разрешимости, вычислительные модели.
96. Теория автоматов и формальных языков. Конечные автоматы, регулярные выражения, контекстно-свободные грамматики.
97. Оценка и сравнение алгоритмов. Критерии выбора оптимального алгоритма для задачи, влияние структуры данных на эффективность.
98. Открытые проблемы и современные направления. Примеры нерешённых задач, актуальные исследования в области алгоритмов.
99. Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей.
100. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Приложение 3

Практические работы

Практическое занятие № 1. Матрицы и их определители. Операции над матрицами. Решение систем линейных уравнений различными методами.

Теоретический опрос

1. Что называется матрицей?

2. Назовите основные операции, которые можно проводить над матрицами?

3. Если матрицы A и B можно умножать, следует ли из этого, что их можно складывать?

4. Если матрицы A и B можно складывать, следует ли из этого, что их можно умножать?

5. Как выглядит матрица $(A^T)^T$?

6. Обязательно ли существует произведение BA, если $AB = E$?

7. Что называется определителем второго порядка?

8. Как вычисляется определитель второго порядка?

9. Перечислите свойства определителей.

10. Что называется уравнением?

11. Дайте определение системе линейных уравнений.

12. В чем заключается смысл правила Крамера?

13. Как вычислить определитель второго (третьего) порядка? Приведите пример.

14. Опишите по шагам алгоритм решения СЛУ с помощью метода Крамера.

Вычислите: $a)\ A+B;\ b)\ A-B;\ c)\ A\times B;\ d)\ B^T$, если $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

Вычислите: $a)\ A+B;\ b)\ A-B;\ c)\ A\times B;\ d)\ B^T$, если $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Вычислите: $a)\ A+B;\ b)\ A-B;\ c)\ A\times B;\ d)\ B^T$, если $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

Вариант №1

I. Приведите пример транспонированной матрицы.

II. Даны матрицы B и C, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

1. Выполните действие над матрицами: B-C.

2. Выполните действие над матрицами: $B \times C$.

3. Выполните действие над матрицами: $3B$.

4. Найдите транспонированную матрицу для матрицы C.

Вариант №2

I. Сложение матриц. Пример.

II. Даны матрицы B и C. $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Выполните действие над матрицами: B+C.

2. Выполните действие над матрицами: $B \times C$.

3. Выполните действие над матрицами: $4B$.

4. Найдите транспонированную матрицу для матрицы C.

Вариант №3

I. Дано: матрица А – нулевая матрица. Напишите матрицу А.

II. Даны матрицы B и C. $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

1. Выполните действие над матрицами: B+C.

2. Выполните действие над матрицами: $B \times C$.

3. Выполните действие над матрицами: $2B$.

4. Найдите транспонированную матрицу для матрицы C.

1. Перемножить матрицы:

a. $\begin{pmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -1 & -3 & -3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -11 & -2 & 4 \\ 6 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & -3 \\ -5 & 4 & -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -9 & -2 & 3 \\ 6 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 6 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 & -1 \\ 3 & 5 & 2 & -9 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ -3 & 3 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 & 0 & 4 \\ -6 & 8 & 2 & -9 & -3 \\ -1 & -3 & -3 & 5 & 3 \\ -3 & 2 & 8 & 3 & 0 \\ -1 & 8 & 0 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц $(2A^T - B)\cdot\left(\frac{1}{3}C + A\right)^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & 2 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 11 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -5 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 1 & -5 & -3 \\ -2 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить обратную матрицу для: $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};\ A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix};$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

5. Решить матричные уравнения:

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}\cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 2 \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}\cdot X - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить систему линейных уравнений матричным методом: $\begin{cases} x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$

- методом Крамера: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ -x_3 - x_2 + 3x_1 = -1 \\ -2x_1 + 3x_3 + 2x_2 = 5 \end{cases};\quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

7. Найти произведение матриц $(-2A^T + 2B)\cdot(2C - A)^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & -2 & 8 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 1 & -5 & -1 \\ -7 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 4 & 6 & 1 \\ -3 & -4 & -2 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} -3 & 1 & -5 & -3 \\ -6 & -3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -4 & 1 \\ 3 & -4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

9. Вычислить обратную матрицу для: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Решить систему линейных уравнений методом Крамера: $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$

11. Решить систему линейных уравнений матричным методом: $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$

Практическое занятие № 2. Теория пределов. Вычисление пределов

Теоретический опрос

1. Что называется пределом?
2. Как обозначается предел?
3. Как найти предел, если указано, что *x* стремится к какому-то числу?
4. Как найти предел, если указано, что *x* стремится к бесконечности?
5. Чему будет равно $\frac{a}{\infty}$?
6. Чему будет равно $\frac{a}{0}$?
7. Чему будет равно $\frac{0}{a}$?

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{4n^2 + 6n + 7}$
2. Вычислите предел $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{4n^3 - 6n + 1}{8n^3 + 5n^2 + 9}$
3. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 + 7}{x^2 - 4}$
4. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 7x + 12}$
5. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{2^x}$
6. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{3x + 7}{7x + 3}\right)^{37x}$
7. Найти предел: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 + x - 5}{(2x - 1)(x + 2)(3x - 4)}$.
8. Найти предел: $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{3x - 4}{3x + 7}\right)^{2x+1}$.

9. Запишите первые пять членов последовательности: $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$

10. Найдите одну из формул общего члена последовательности, зная несколько первых членов: а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$ б) 2, 5, 10, 17, 26, …

Вариант 1.

1. Напишите определение функции

2. Вычислите: а) $\lim\limits_{x \to -5} \left(- x^2 - 5x + 3 \right)$ б) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ в) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$

3. Вычислите: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{9 + 56x^4 - 7x^9}{3x^9 + 5x^{14} + 6}$, $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

Вариант 2.

1. Напишите определение предела

2. Вычислите: а) $\lim\limits_{x \to -1} \left(- x^5 - 5x^2 - x \right)$ б) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 9}$ в) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$

3. Вычислите: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^{15} + 9x^{12}}{x^{22} + 23x^{18} - 3x^{15}}$, $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$.

Практическое занятие № 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной. Правила дифференцирования

Практическое занятие № 4. Производные и дифференциалы высших порядков

<u>Теоретический опрос</u>

1. Что такое функция?

2. Продолжите фразу. Экстремум функции – это …

3. Что называется стационарной точкой.

4. Точкой максимума (минимума) функции называется…

5. Назовите алгоритм нахождения стационарной точки.

6. Назовите алгоритм нахождения экстремума функции.

Вычислить производные функций, используя определение.

1. $f(x) = 9x^2 - 4x + 1$
2. $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + \sqrt{3}$
3. $f(x) = 7x^3 + 3x^2 + 2x - 5$

Вычислить производные функций, используя таблицу и правила дифференцирования

4. $y = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$

5. $y = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$
6. $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$
7. $y = \frac{x+3}{2-x}$
8. $y = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$
9. $y = \frac{1-\sin x}{1-\cos x}$
10. $y = tg\,x - x$
11. $y = \arcsin 2x$
12. $y = arctg\,\sqrt{x}$
13. $y = \sqrt{arctg\,x}$
14. $y = \sqrt[3]{x^2 + tg\,x + 15}$
15. $y = (x+1)\sin x$
16. $y = \frac{e^x+1}{\cos x}$
17. $y = \ln\left(x^2 - 4x + 4\right)$
18. $y = \sqrt[3]{x^4 + \sin^4 x}$
19. Вычислить производную $y'(0)$ функции: $y = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2-2^{2x}}}$
20. Составить уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции $y = e^{1-x^2}$, если абсцисса точки касания $x_0 = -1$.

Вариант № 1

1. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум данные функции:

а) $f(x;y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35.$

б) $f(x;y) = 14x^3 + 27xy^2 - 69x - 54y.$

2. Исследовать на экстремум функции *z(x; y)*, заданные неявно уравнениями:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0.$

Вариант № 2

1. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум данные функции:

а) $f(x;y) = 6x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 3y.$

б) $f(x;y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2.$

2. Исследовать на экстремум функции *z(x; y)*, заданные неявно уравнениями:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0.$

Вариант № 3

1. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум данные функции:

а) $f(x;y) = 4x^2 - 5xy + 3y^2 - 9x - 8y.$

б) $f(x;y)=x^3+y^2-6xy-39x+18y+20.$

2. Исследовать на экстремум функции *z(x; y)*, заданные неявно уравнениями:

$x^3-y^2-3x+4y+z^2+z-8=0.$

Практическое занятие № 5. Методы вычисления неопределенного интеграла: непосредственное интегрирование, замена переменных, внесение под знак дифференциала, интегрирование по частям

Теоретический опрос

1. Что называется первообразной?

2. Продолжите фразу. Неопределенным интегралом называется …

3. Перечислите основные свойства интегрирования.

4. Вопросы на знание таблицы интегралов.

5. Продолжите фразу. Неопределенным интегралом называется …

6. В чем заключается смысл метода замены переменной при интегрировании?

7. В чем заключается смысл метода интегрирования по частям?

8. Вопросы на знание таблицы интегралов.

Вычислить неопределенные интегралы:

1. $\int x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.
2. $\int xe^{2x}dx$.
3. $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$.
4. $\int\frac{dx}{2x+3}$.
5. $\int\sqrt{x+3}dx$.
6. $\int 3\cos 3xdx$.
7. $\int arctg(2x)dx$
8. $\int\frac{x^3+4\sqrt{x}+5}{x^2}dx$

Вариант №1

Найдите неопределенные интегралы:

1) $\int\left(4x^4+8x^{-4}-x+4\right)dx$; 2) $\int\frac{x^3dx}{x^4}$; 3) $\int(4^x-e^x)dx$; 4) $\int\frac{\sin^2 xdx}{\sin^2 2x}$; 5) $\int\frac{dx}{x^2-64}$.

Вариант № 2

Найдите неопределенные интегралы:

1) $\int\left(3-x-3x^3+9x^{-3}\right)dx$; 2) $\int\frac{x^4dx}{x^5}$; 3) $\int\left(3^x+e^x\right)dx$; 4) $\int\frac{\sin 2xdx}{\cos x}$; 5) $\int\frac{dx}{\sqrt{81-x^2}}$.

Вариант №1

1. Вычислите интеграл от простейших рациональных дробей $\int\frac{dx}{x^2-4x+8}$.

2. Вычислите интеграл $\int\frac{2x-3}{(x-1)(x+2)}dx$.

Вариант № 2

1. Вычислите интеграл от простейших рациональных дробей $\int\frac{dx}{x^2+x+1}$.

2. Вычислите интеграл $\int\frac{x-4}{(x-2)(x-3)}dx$.

Вариант № 3

1. Вычислите интеграл от простейших рациональных дробей $\int\frac{x-1}{(x^2+2x+3)^2}dx$.

2. Вычислите интеграл $\int\frac{(x^2+2)dx}{(x-1)(x+1)^2}$.

Практическое занятие № 6. Определенный интеграл, его свойства, методы вычисления

Теоретический опрос

1. Определенный интеграл – это …

2. С помощью какой формулы можно найти значение определенного интеграла?

3. В чем заключается смысл метода замены переменной при вычислении определенного интеграла?

4. Назовите алгоритм вычисления определенного интеграла с помощью метода замены переменной?

5. В чем заключается смысл метода интегрирования по частям при вычислении определенного интеграла?

6. Назовите алгоритм вычисления определенного интеграла с помощью интегрирования по частям?

Вычислить определенные интегралы:

1. $\int_{-2}^{3} \frac{dx}{3x^2 + x + 4}$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$
3. $\int_{0}^{\pi} \sin 5x dx$
4. $\int_{1}^{3} (x^3 - 3x^2 + x - 7) dx$
5. $\int_{2}^{5} x^2 dx$
6. $\int_{1}^{4} \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x}} dx$

Вариант №1

1. Вычислить интеграл, используя метод замены $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{4 - x}} dx$.

2. Вычислите интеграл, используя метод интегрирование по частям $\int_{0}^{1} 4x \arcsin x dx$.

3. Вычислить интеграл метод интегрирования по частям или с помощью замены $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin^2 x}$.

Вариант № 2

1. Вычислить интеграл, используя метод замены $\int_{3}^{6} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^4} dx$.

2. Вычислите интеграл, используя метод интегрирование по частям $\int_{0}^{1} (\arcsin x)^2 dx$.

3. Вычислить интеграл метод интегрирования по частям или с помощью замены $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$.

Вариант № 3

1. Вычислить интеграл, используя метод замены $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^9 x dx$.

2. Вычислите интеграл, используя метод интегрирование по частям $\int_0^1 arctgxdx$.

3. Вычислить интеграл метод интегрирования по частям или с помощью замены $\int_1^{]^2} \ln^2 xdx$.

Практическое занятие № 7. Применение определенных интегралов. Несобственный интеграл

1. Вычислить интегралы

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{4+x^2}$$

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{(x+5)dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$$

$$\int_{0}^{+\infty} xe^{-x^2}dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$$

$$\int_{1}^{2} \frac{dx}{xlnx}$$

$$\int_{2}^{6} \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл I рода

1) $\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{4+x^2}$;
2) $\int_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$;
3) $\int_{0}^{+\infty} \cos x dx$;
4) $\int_{0}^{+\infty} \frac{arctgx}{1+x^2} dx$;
5) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$;
6) $\int_{-\infty}^{0} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+8}}$;
7) $\int_{1}^{+\infty} \frac{x^4 dx}{(x^5+1)^4}$;
8) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$;
9) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{x+x^3}$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл II рода

1) $\int_{1}^{5} \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$;
2) $\int_{-1}^{1} \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$;
3) $\int_{3}^{5} \frac{dx}{(x-3)^2}$;
4) $\int_{0}^{1} \ln x dx$;
5) $\int_{2}^{6} \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$;
6) $\int_{\frac{3}{2}}^{3} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$;
7) $\int_{1}^{e} \frac{dx}{x \cdot \sqrt[4]{\ln x}}$;
8) $\int_{0}^{2} \frac{dx}{x^2-x-2}$;
9) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos x}$.

Практическое занятие № 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Решение простейших дифференциальных уравнений1-го порядка

Теоретический опрос

1. Какие уравнения называются обыкновенными дифференциальными уравнениями?
2. Что называется порядком дифференциального уравнения?
3. Что называется решением дифференциального уравнения?
4. Что называется интегральной кривой дифференциального уравнения?
5. В чем заключается геометрический смысл решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения I порядка?
6. Чем отличаются обыкновенные дифференциальные уравнения от дифференциальных уравнений в частных производных?

1. Найти решение дифференциального уравнения $\frac{dy}{y} - \frac{dx}{x} = 0$
2. Решить уравнение $y' - x^2 y = 2xy$
3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию: $xydx + \left(1+y^2\right)\sqrt{1+x^2}dy = 0, \;\; y\left(\sqrt{8}\right) = 1$
4. Найти общее решение (или общий интеграл) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

1. $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.
2. $2x\sqrt{1-y^2}\cdot dx + y\cdot dy = 0$.
3. $6xdx - 6ydy = 2x^2ydy - 3xy^2dx$.
4. $x\cdot(1+y^2) + y\cdot y'\cdot(1+x^2) = 0$.
5. $\sqrt{3+y^2}\cdot dx - y\cdot dy = x^2\cdot y\cdot dy$.
6. $(y^2 + x\cdot y^2) + (x^2 - y\cdot x^2)\cdot y' = 0$.
7. $(e^{3x} + 7)\cdot dy + y\cdot e^{3x}\cdot dx = 0$.
8. $y'\cdot y\cdot\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.
9. $6xdx - 6ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.
10. $y' = e^{x-y}$.
11. $y(4+e^x)dy - e^xdx = 0$.
12. $\sqrt{4-x^2}\cdot y' + xy^2 + x = 0$.
13. $y'\cdot \operatorname{tg} x - y = 1$.
14. $x\sqrt{4-y^2}\cdot dx + y\cdot\sqrt{1-x^2}\cdot dy = 0$.
15. $(e^x + 8)\cdot dy - ye^x\cdot dx = 0$.
16. $e^y\cdot\left(1+\frac{dy}{dx}\right) = 1$.

Практическое занятие № 9. Решение задач на составление уравнений прямой

1. Даны точки *A(3; -2; -1), B(0; 0; 2), C(4; -7; 0)*. Укажите, какие из них принадлежать плоскости *2x - 3y + 4z – 8 = 0.*

2. Найдите угол между плоскостями *2x - 3y + 4z – 1 = 0* и *3x – 4y – z + 3 = 0.*

3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M (-2; 3; 4) и параллельной плоскости *x + 2y – 3z + 4 = 0.*

4. Найдите координаты центра C и радиус R сферы, заданной уравнением $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + z = 5$.

5. Напишите уравнение сферы с центром в *C (4; -1; 3)*, проходящей через точку *A (-2;3;1)*.

6.Доказать что ABCD – квадрат, если: A (-4; -3;5), B (-2; 3; -4), C (4; 10; 2), D (2; 4; 11).
7.Доказать что ABCD – квадрат, если**:** A (-2; -1; 6), B (-5; -4; 2), C (6; 5; -3), D (4; 0; 11)**.**
8. Даны точки *A(-3; 2; 1), B(2; 0; 2), C(-4; -2; 1)*. Укажите, какие из них принадлежать плоскости *2x - 3y + 4z – 8 = 0.*

9. Найдите угол между плоскостями *x - y + z + 1 = 0* и *2x + 3y – z – 3 =0.*

10. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M (-1; -1; 2) и параллельной плоскости *x + 2y – 2z + 2 = 0.*

11. Найдите координаты центра С и радиус R сферы, заданной уравнением $(x - 4)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 7$.

12. Напишите уравнение сферы с центром в *C (-3; 1; -2)*, проходящей через точку *A (3;4;-1)*.

13.Доказать что ABCD – квадрат, если: A (1; -2;-4), B (3; -5; 2), C (6; 1; 4), D (4; 4; -2).
14.Доказать что ABCD – квадрат, если: A (-6; -6; 6), B (-4; -1; -8), C (6; 9; -3), D (4; 4; 11).
15. Выяснить взаимное расположение прямых, заданных уравнениями $18x + 6y - 17 = 0$ и $5x + 10y - 9 = 0$. Вычислить угол между этими прямыми.

16. Даны две точки A(2; 3) и B(6; –5). Составить: а) уравнение прямой (AB); б) уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB.

17. Прямая l задана уравнением 2x + 5y + 3 = 0. Дана точка M(–3; 7). Составить: а) уравнение прямой, проходящей через M параллельно l; б) уравнение прямой, проходящей через M перпендикулярно l.

Практическое занятие № 10. Действия над комплексными числами в разных формах

1. Выполните сложение *(3 – i) + (-1 + 2i)*.
2. Выполните вычитание *(4 – 2i) - (-3 + 2i)*.
3. Выполните умножение *(2 + 3i) (5 – 7i)*.
4. Выполните деление $\frac{2-3i}{5+2i}$
5. Вычислить сумму и разность комплексных чисел: $z_1=3+i$, $z_2=5-2i$
6. Сложить два комплексных числа [redacted], [redacted]
7. Найти разности комплексных чисел [redacted] и [redacted], если [redacted], [redacted]
8. Найти произведение комплексных чисел [redacted], [redacted]
9. Даны комплексные числа [redacted], [redacted]. Найти частное [redacted].
10. Дано комплексное число [redacted]. Записать данное число в алгебраической форме (т.е. в форме [redacted]).
11. Даны два комплексных числа [redacted], [redacted]. Найти их сумму, разность, произведение и частное.
12. Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 5i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Найти: а) $z_1 + z_2$; б)$z_2 - z_1$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $\frac{z_1}{z_2}$.
13. Даны комплексные числа $z_1 = -3 + 2i$ и $z_2 = 2 - 5i$. Найти: а) $z_1 + z_2$; б)$z_2 - z_1$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $\frac{z_1}{z_2}$.
14. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = -3 + 4i$. Найти: а) $z_1 + z_2$; б)$z_2 - z_1$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $\frac{z_1}{z_2}$.
15. Даны комплексные числа $z_1 = 6 - 5i$ и $z_2 = -2 - 5i$. Найти: а) $z_1 + z_2$; б)$z_2 - z_1$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $\frac{z_1}{z_2}$.
16. Решить уравнение: $x^2 - 6x + 13 = 0$
17. Решить уравнение: $x^2 + 2x + 5 = 0$
18. Зная корни уравнения $x_{1,2} = 1 \pm 2i$, записать исходное уравнение.
19. Решить уравнение: $z^2 + (1 - 2i) \cdot z - (1 + i) = 0$

Практическое занятие № 11. Применение алгебры высказываний для решения практических задач. Логические схемы и их связь с алгеброй высказываний

Теоретический опрос

1. Высказывание. Типы высказываний.
2. Составляющие (термины) логического выражения.
3. Отрицание, таблица истинности отрицания.
4. Конъюнкция, таблица истинности.
5. Дизъюнкция, таблица истинности.
6. Импликация, таблица истинности.
7. Эквиваленция, таблица истинности.
8. Приоритет логических операций.
9. Обозначение логических элементов.
10. Диаграммы Эйлера-Венна

1. Построить таблицу истинности для формулы логики: $x \wedge \bar{y} \to (x \vee y) \wedge \bar{z}$.
2. Построить таблицу истинности для ДНФ: $xy \wedge x\bar{y}z \wedge \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.
3. Упростить формулу с помощью равносильных преобразований $(x \sim y) \vee \overline{xy}$.
4. Составьте таблицу истинности формулы: $(P \to R) \leftrightarrow P \vee (P \wedge Q \to R)$.
5. Составьте таблицу истинности формулы: $(P \vee (Q \leftrightarrow R)) \to (P \wedge R)$.

Вариант 1

1. В магазине «Все для чая» есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?
2. Из города А в город Б ведет 6 дорог, а из города Б в город В – 4 дороги, из города А в город Г – 2 дороги, и из города Г в город В – тоже 2 дороги. Сколькими способами можно проехать от А до В?
3. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белого и черного королей так, чтобы получилась допустимая по правилам игры комбинация?
4. Для того чтобы открыть камеру хранения, используется комбинация из 4 цифр (от 0 до 9), набираемая на 4 колесиках. Сколько различных комбинаций существует?
5. Как изменится решение задачи о камере хранения, если известно, что цифры, набираемые на колесиках, различны?

Вариант 2

1. В магазине «Все для чая» есть еще 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить комплект из чашки, блюдца и ложки?
2. В первенстве России по футболу участвуют 17 команд. Разыгрываются золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами они могут быть распределены?
3. Автомобильные номера некоторой страны состоят из 3 букв (все буквы различны) и четырех цифр (цифры могут повторяться). Сколько максимально машин может быть в этой стране, если в её алфавите 26 букв?
4. Сколькими способами можно расположить на книжной полке 6 томов детской энциклопедии?
5. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 8 ладей так, чтобы они не могли бить друг друга

Задание 1.

В следующих высказываниях выделить простые, обозначив каждое из них буквой. Записать составное высказывание с помощью формулы логики.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
А) На уроке физики ученики выполняли лабораторную работу и сообщали результаты исследований учителю Б) Если светит солнце и не дует ветер, то не будет дождя С) Произведение двух чисел не равно нулю тогда и только тогда, когда одно из них не равно нулю	А) Катя любит писать сочинения или решать задачи. Б) Если дует ветер, то солнце светит тогда и только тогда, когда нет дождя С) Если в параллелограмме не все углы прямые или не все стороны равны между собой, то этот параллелограмм не прямоугольник или не ромб.	А) Если Маша сестра Саши, то Саша брат Маши Б) Погода будет солнечной тогда и только тогда, когда ни будет ни ветра, ни дождя С) Если число делится на 2 и не делится на 3, то оно не делится на 6
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
А) Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает Б) Неверно, что если дует ветер и солнце светит, то нет дождя С) Если число делится на 2 и не делится на 5, то оно не делится на 10	А) Земля движется по круговой или эллиптической орбите Б) Если ветра нет, то дождь будет тогда и только тогда, когда будет пасмурная погода С) Произведение трех чисел не равно нулю тогда и только тогда, когда одно из них не равно нулю.	А) Ты можешь купить в магазине продукты, если у тебя есть деньги Б) Неверно, что если погода пасмурная, то дождь идет тогда и только тогда когда нет ветра С) Если число делится на 3 и делится на 5, то оно делится на 15.

Задание 2.

Построить таблицы истинности для формул:

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
$\overline{x \leftrightarrow y} \acute{\cup} x$	$\overline{x\bar{y}} \& x$	$(x \& y) \to \bar{x}$
$\left(x \& y \acute{\cup} \bar{z}\right) \equiv \left(\bar{y} \to z\right)$	$(x \to y \& \bar{z}) \acute{\cup} \overline{(x \& y)}$	$\overline{\left(\bar{x} \to y\right) \equiv \left(x \acute{\cup} y \& \bar{z}\right)}$
$\overline{((X \vee Y) \& (Z \leftrightarrow X))} \& (Z \vee Y)$	$(X \& Y) \& \overline{(\bar{X} \vee X)} \& (Z \leftrightarrow Y)$	$\overline{((X \vee Z) \& (Z \leftrightarrow X))} \& (Z \to Y)$
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
$(\bar{x} \acute{\cup} y) \leftrightarrow x$	$x \to (x \& \overline{y})$	$x \leftrightarrow (\overline{x\bar{y}})$
$\left(x \equiv \bar{y}\right) \& \left(x \to z\right) \acute{\cup} \bar{x}$	$\left(\bar{x} \acute{\cup} z\right) \to \left(x \acute{\cup} y \& \bar{z}\right)$	$\left(x \acute{\cup} y \acute{\cup} \bar{z}\right) \& \overline{\left(x \to y\right)}$
$\overline{(X \vee Y)} \vee (Z \to x) \& (Z \leftrightarrow Y)$	$(X \leftrightarrow Y) \& \overline{(Z \vee D)}$	$(A \to B) \vee \overline{A} \& (C \leftrightarrow D)$

Задание 3.

С помощью таблицы истинности установить, равносильны ли следующие формулы

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
$\overline{A \& B}$ и $A \acute{\cup} B$	$\overline{B \acute{\cup} A}$ и $\overline{\overline{B} \& \overline{A}}$	$A \acute{\cup} \overline{B}$ и $\overline{A} \& \overline{B}$
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
$\overline{A} \& B$ и $\overline{A \acute{\cup} B}$	$B \acute{\cup} A$ и $\overline{\overline{B} \& A}$	$A \acute{\cup} B$ и $\overline{A \& \overline{B}}$

Задание 4.

Символом F обозначается одно из указанных ниже логических выражений. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

Варианты I, III

X	Y	Z	F
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

1) $\overline{X}\&Y\&\overline{Z}$
2) $X \vee \overline{Y} \vee Z$
3) $X\&\overline{Y}\&Z$
4) $\overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}$

Вариант II, IV

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1

1) $X \vee Y \vee Z$
2) $X\&Y\&\overline{Z}$
3) $\overline{X}\&Y\&\overline{Z}$
4) $X \vee \overline{Y} \vee Z$

Вариант III, V

X	Y	Z	F
0	1	1	0
1	0	0	1
0	0	1	1

1) $\left(X \vee \overline{Y}\right)\&Z$
2) $\left(X\&\overline{Y}\right) \vee Z$
3) $X \vee \overline{Y} \vee \overline{Z}$
4) $X\&\overline{Y}\&\overline{Z}$

Пример 1. ***Решить задачу с помощью преобразований***

По телевизору синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1) Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.

2) Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.

3) Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Какая же погода будет завтра?

Пример 2. ***Решить задачу с помощью преобразований***

Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

1) Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. Первым будет Хилл.
2) Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, — воскликнул Ник. — А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым.
3) Питер, к которому обратился Ник, возмутился: Хиллу не видать первого места

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из предположений двоих друзей подтвердилось, а предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?

Пример 3. ***Решить задачу табличным способом***

Три дочери писательницы Дорис Кей — Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств — пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго.

Известно, что:

1. Джуди живет не в Париже, а Линда — не в Риме;

2. парижанка не снимается в кино;

3. та, кто живет в Риме, певица;

4. Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис, и какова ее профессия?

Практическое занятие № 12. Принцип математической индукции. Упорядоченные множества. Операции над множествами.

Теоретический опрос

1. Дать определение множества.
2. Какими буквами обозначают множества? Элементы множества?
3. Сформулируйте определение характеристического свойства элементов множества.
4. Какое множество называют пустым множеством?
5. Запишите: элемент принадлежит (не принадлежит) множеству ; множество содержится (не содержится) во множестве .
6. Сформулируйте определение подмножества.
7. Какие множества называют равными?
8. Пересечение множеств. Определение, обозначение, рисунок (круги Эйлера).
9. Объединение множеств. Определение, обозначение, рисунок (круги Эйлера).

1. Задать с помощью перечисления элементов множества A U B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = {3, 7, 2, 4,1}, B = {5, 2, 8, 3}.
2. Задать каким-либо способом множества A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = (—3, 5), B = [—5, 3].
3. Найти A U B, A ∩ B, если A = {x ∈ Z | x делится на 7}, B = {x ∈ Z | x не делится на 14}.
4. В олимпиаде по математике для абитуриентов приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек. По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека. Сколько учащихся решили все задачи? Сколько учащихся решили только две задачи? Сколько учащихся решили только одну задачу?
5. Вычислить пересечение, объединение, разность и скалярное произведение множеств: $A = \{a;1;2\}; B = \{a;b;1\}$.
6. С помощью диаграмм Эйлера-Венна, проверьте равенство выражений: $A\backslash(B\backslash C)$ и $(A\backslash B) \cup (A \cap C)$
7. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества: $A \cup (\overline{B} \cap C)$.
8. Указать множество натуральных корней уравнения: $x^3 - 3x^2 + 5x = 0$.
9. Укажите множеств, заданное суммой корней системы уравнений: Укажите множество, заданное суммой корней системы уравнений: $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$.
10. Укажите множество целых положительных корней уравнения: $3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3 = 0$.

Доказать методом математической индукции**:** $1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

Задание 1. Укажите множество элементов множества, соответствующие записи. Выпишите один элемент, принадлежащий множеству, и один элемент, не принадлежащий этому множеству.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**

M = {x| $x^2 + 2x + 2 > 0$}	M = {x| $x^2 - 5x + 6 < 0$}	M = {x| $x^2 - x - 12 £ 0$}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
M = {x| $x^2 + x - 20 < 0$}	M = {x| $x^2 - 8x - 9 ³ 0$}	M = {x| $x^2 + 10x + 21 > 0$}

Задание 2. На множестве U букв русского алфавита заданы множества A, B, C. Найти следующие множества и изобразить их кругами Эйлера.

A) (AÇB)ÈC; Б) (AÈB)ÇC; B) U\(AÈBÈC)

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = {д, о, с, к, а} B = {л, о, д, к, а} C = {к, н, и, г, а}	A = {г, р, у, ш, а} B = {б, у, г, о, р} C = {к, н, и, г, а}	A = {м, о, р, я, к} B = {я, к, о, р, ь} C = {к, р, о, н, а}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = {б, и, л, е, т} B = {б, и, р, к, а} C = {т, а, л, о, н}	A = {з, а, в, о, д} B = {н, а, р, о, д} C = {д, о, с, к, а}	A = {п, а, л, е, ц} B = {ц, а, п, л, я} C = {п, е, т, л, я}

Задание 3. Даны отрезки A, B, C. Найти следующие множества:

A) (AÈB); Б) (AÇB)ÈC; B) (CÈB)\(AÇB)

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = [-2, 7]; B = [3, 10]; C = [5, 15]	A = [-4, 2]; B = [0, 6]; C = [3, 9]	A = [0, 8]; B = [4, 12]; C = [9, 20]
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = [-6, 0]; B = [-3, 5]; C = [2, 8]	A = [0, 4]; B = [2, 9]; C = [5, 11]	A = [-1, 8]; B = [4, 13]; C = [6, 17]

Задание 4.

Даны множества A, B. Определить декартово произведение множеств A) AxB; Б) AxA

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = {8, 9, 10} B = {а, б}	A = {а, б, с} B = {3, 4}	A = {5, 6, 8} B = {л, к}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = {о, п, р} B = {0, 1}	A = {1, 5, 10} B = {к, н}	A = {д, г, в} B = {20, 21}

Практическое занятие № 13.Предикаты, операции над предикатами

Пример 1. Найти множество истинности предиката P(x): $6x^2 – 24 = 0$, если его область определения множество всех действительных чисел

Пример 2. На множестве M = {1, 2, 3, … ,20} заданы предикаты: A (x): «x не делится на 4»; B (x): «x – нечетное число»; C (x): «x – число простое»; D (x): «x кратно 5». Определить предикаты A(x) & D(x); $A(x) \vee$ C (x); $\overline{B}$ (x); $B(x) \rightarrow$ D (x) и найти их множества истинности.

Пример 3. Запишите высказывание для символичной записи ($x)($y): ($x^2 + y^2 > 25$).

Определите истинность высказывания, считая, что все переменные принадлежат множеству действительных чисел.

Пример 4. Запишите высказывание «На каждой улице будет праздник» в символичной форме, введя предикаты.

Задание 1. Найти множества истинности данных предикатов, если их область определения множество всех действительных чисел.

I вариант	II вариант
А) **P (x):** $x^2 - 4 = 0$; Б) **Q(x):** $3x - 2 < 17$	А) **P (x):** $2x^2 - 18 = 0$; Б) **Q(x):** $2x + 3 < 15$
III вариант	**IV вариант**
А) **P (x):** $3x^2 - 12 = 0$; Б) **Q(x):** $5x - 4 > 29$	А) **P (x):** $x^2 - 9 = 0$; Б) **Q(x):** $4x + 6 > 12$

Задание 2. На множестве M = {1,2,3, … ,20} заданы предикаты: A (x): «x не делится на 5»; B (x): «x – четное число»; C (x): «x – число простое»; D (x): «x кратно 3». Определить следующие предикаты и найти их множества истинности:

I вариант	II вариант
A (x) & B(x); $C(x) \vee$ D (x); $\overline{B}$ (x); $A(x) \rightarrow$ C (x);	C (x) & B (x); $B(x) \vee$ D (x); $\overline{C}$ (x); $C(x) \rightarrow$ A (x);
III вариант	**IV вариант**
C (x) & D (x); $B(x) \vee$ C (x); $\overline{A}$ (x); $D(x) \rightarrow C$(x);	B (x) & D (x); $A(x) \vee$ B (x); $\overline{D}$ (x); $A(x) \rightarrow$ B (x);

Задание 3. Записать высказывание и определить его истинность, считая, что все переменные принадлежат множеству действительных чисел.

I вариант	II вариант
($x) ("y): (x + y = 10) ("x) ($y) ($z): x*y = z	("x) ($y): (x + y = 8) ("x) ("y): (x>y)
III вариант	**IV вариант**
("x) ($y) (x – y = 7) ("x) ("y): (x+y>0)	($x) ("y) (x – y = 5) ("z) ($y) ($x): x + y = z

Задание 4. Записать предложенное высказывание в символичной форме, введя предикаты.

I вариант	II вариант
У каждого человека есть мать. Некоторые студенты – второкурсники.	Существуют города, которые больше Москвы. На каждом доме есть номер.
III вариант	**IV вариант**
Каждое материальное тело имеет массу. Существуют кустарники, которые больше чем деревья.	Некоторые космические тела являются астероидами. У любой группы есть классный руководитель

Задание 5. Постройте отрицание к высказываниям, содержащим кванторы**.**

I вариант	II вариант
Все планеты имеют атмосферу. Некоторые люди ходят в театр.	Некоторые студенты учатся на «отлично». Все птицы улетают зимой в теплые края.
III вариант	**IV вариант**
Некоторые машины красного цвета. Все компьютеры подключены к Интернету.	Все кошки любят молоко. Некоторые приборы исправны.

Задание 6. Проверьте правильность умозаключений.

I вариант	II вариант
a) Все адвокаты богаты. Все богатые едят омаров. Все адвокаты едят омаров. b) Некоторые адвокаты богаты. Некоторые врачи богаты. Некоторые врачи – адвокаты.	а) Некоторые марсиане зеленые. Все елки зеленые. Некоторые марсиане – елки. b) Все мужчины любят мясо. Некоторые учителя – мужчины. Некоторые учителя любят мясо.
III вариант	**IV вариант**
а) Все врачи любят музыку. Все поэты любят музыку. Все врачи – поэты.	а) Все машины дорогие. Велосипед не дорогой. Велосипед – не машина.

b) Некоторые врачи умные. Все умные люди поэты. Некоторые врачи – поэты.	b) Все мужчины смотрят телевизор. Некоторые слесари – мужчины. Некоторые слесари смотрят телевизор.

Практическое занятие № 14. Основы теории графов

Пример 1. Граф G = (V, X) задан множеством вершин, где V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} и списком ребер X = {(1, 2), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (1, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 6), (4, 5)}.

а) Постройте граф.

б) Укажите вид графа, наличие петель, изолированных вершин и кратных ребер.

в) Определите степень каждой вершины графа.

б) Постройте матрицу инцидентности.

г) Постройте матрицу смежности.

Пример 2. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из A в F.

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Задание 1. Граф G = (V, X) задан множеством вершин, где V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} и списком ребер.

а) Постройте граф.

б) Укажите вид графа, наличие петель, изолированных вершин и кратных ребер.

в) Определите степень каждой вершины графа.

б) Постройте матрицу инцидентности.

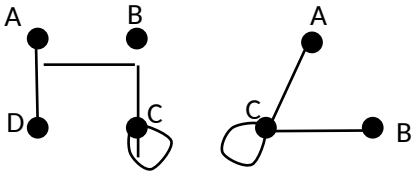
г) Постройте матрицу смежности.

I вариант X = {(2, 3), (4, 3), (7, 6), (7, 7), (7, 2), (6, 4), (2, 7), (6, 4)}

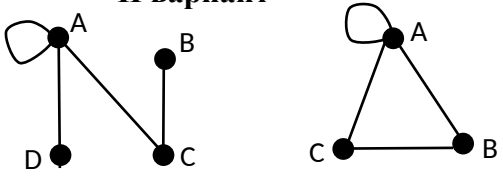
II вариант X = {(4, 5), (6, 5), (7, 6), (7, 7), (7, 2), (6, 4), (2, 7), (6, 4)}

Задание 2. Даны два графа $G_1 = (V_1, X_1)$ и $G_2 = (V_2, X_2)$. Изобразите геометрически объединение графов $G_1 \cup G_2$; пересечение графов $G_1 \cap G_2$ и кольцевую сумму $G_1 \oplus G_2$.

I вариант



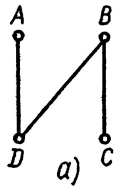
II вариант



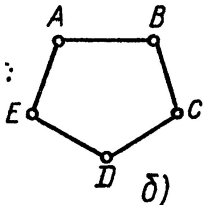
G_1 G_2 G_1 G_2

Задание 3. Изобразите дополнения графов:

I вариант



II вариант



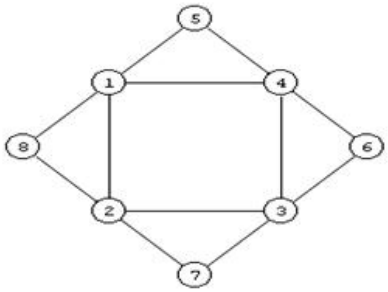
Задание 4. Решить задачу с помощью ориентированного графа:

I вариант. Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, чёрная, красная, синяя, зелёная. Чёрная едет впереди синей, зелёная – впереди белой, но позади синей, красная впереди чёрной. Какая машина едет первой и какая последней?

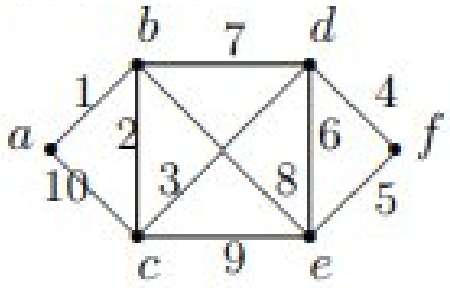
II вариант. Из Череповца в Вологду выехали пятеро велосипедистов: Белов, Чернов, Краснов, Смирнов и Захаров. Чернов едет впереди Смирнова. Захаров едет впереди Белова, но позади Смирнова. Краснов – впереди Чернова. Определите, в каком порядке едут велосипедисты.

Задание 5. Определить является ли граф эйлеровым. Проверить теорему о четности вершин эйлерова графа. Если граф является эйлеровым, то записать эйлеров цикл.

I вариант



II вариант



Задание 6. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из A в F.

I вариант

	A	B	C	D	E	F
A		2	4	8		16
B	2			3		
C	4			3		
D	8	3	3		5	3
E				5		5
F	16			3	5	

II вариант

	A	B	C	D	E	F
A		4				
B	4		6	3	6	
C		6			4	
D		3			2	
E		6	4	2		5
F					5	

Практическое занятие № 15. Элементы теории алгоритмов

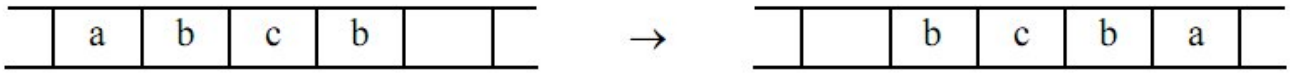
Пример 1. На ленте есть слово, состоящее из символов #, $, 1 и 0. Составить программу, заменяющую все символы # и $ на нули. В момент запуска головка находится над первой буквой

слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.

Пример 2. Построить машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу на ленте. Машина должна прибавить единицу к последней цифре числа. Если последняя цифра равна 9, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

Пример 3. Алфавит машины Тьюринга состоит из символом a,b,c. Составить программу, которая переносит первый символ непустого слова P в его конец.

Например:

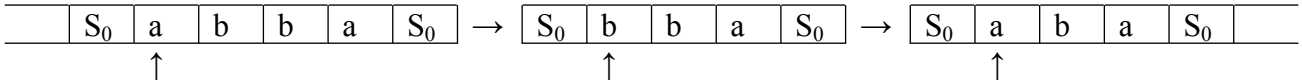


Пример 4. Дано слово 1 + 2 + 2 + 1 + 4. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

1) 2 + 2 →4
2) 5 + 1 →6
3) 1 + 4 →5

Задание 1*. *Постройте машину Тьюринга

1. На ленте есть слово, состоящее из символов %, #, 0 и 1. Разработайте программу, заменяющую все символы % на # и наоборот. В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.
2. Постройте машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу, записанному в пятеричной системе счисления. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа (машина должна прибавить единицу к последней цифре числа, если последняя цифра равна 4, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре).
3. Входной алфавит машины Тьюринга: A={a,b}. Составить программу, удаляющую из слова P его второй символ.
   T.е. надо запомнить и стереть первый символ, передвинуть головку вправо и на месте второго символа записать первый символ.



Задание 2. Примените подстановки нормального алгоритма Маркова

1. Нормальный алгоритм задан алфавитом A={a,b} и схемой:
   1) ba→ab
   2) ab→λ
   Примените этот алгоритм к слову bbaabab.
2. Примените к слову МУХА следующую схему НАМ:
   1) Х®К
   2) М®Р
   3) КА®ЛОН
   4) РУ®С

3. Дано слово 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

   1) 2 + 2 →4

2) 1 + 1 →2
3) 4 + 2 →6

Практическое занятие № 16. Теоремы сложения и умножения вероятностей

1. В урне 5 красных, 2 зеленых и 7 синих шара. Одновременно наудачу берут 4 шара. Какова вероятность того, что среди них окажется 2 красных, 1 зеленый и 1 синий шар?
2. В круг радиуса R=1 вписан квадрат. Наудачу в круг брошены две точки. Чему равна вероятность того, что ни одна из них не попадет в квадрат?
3. Спортсмен стреляет по мишени, разделенной на два сектора. Вероятность попадания в первый сектор соответственно равна 0,4, во второй – 0,3. Какова вероятность попадания либо в первый, либо во второй сектор?
4. Колода из 36 карт хорошо перемешана, то есть все возможные расположения карт равновероятны. Найти вероятность события: четыре туза расположены рядом.
5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Какова вероятность того, что будет вынута пиковая масть или туз?
6. Вероятность того, что стрелок производя выстрел, выбьет 10 очков, равна 0,4; 9 очков – 0,3; 8 или меньше – 0,3. Какова вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков?

Практическое занятие № 17. Решение задач на нахождение вероятностей

1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка – 60%, для второго – 70%, для третьего – 75% . Найти вероятность, по крайней мере, одного попадания, если каждый сделает по одному выстрелу.
2. Разрыв электрической цепи происходит в том случае, когда выходит из строя хотя бы один из трех последовательно соединенных элементов. Определить вероятность того, что не будет разрыва цепи, если элементы выходят из строя с вероятностями: 0,3; 0,4; 0,6 соответственно.
3. Вероятность аварии на первом объекте за рассматриваемый период равна p_1, а на втором p_2. Найти вероятности событий: а) ни на одном объекте аварии не было; б) авария произошла ровно на одном объекте.
4. В ящике лежат 8 красных, 10 зеленых и 12 синих шаров. Наугад вынимают 3 шара. Какова вероятность того, что на вытянутых шарах будет отсутствовать хотя бы один из цветов?
5. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равна 0,9, вероятность того, что он ответит на третий вопрос, равна 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого нужно ответить: а) на все вопросы; б) хотя бы на два вопроса.

6. Стрелок ведет стрельбу с вероятностью попадания в цель 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется до первого попадания, но делается не более 3 выстрелов. Составить закон распределения случайной величины X, если: а) X – число промахов; б) X – число попаданий; в) X – число произведенных выстрелов.
7. Классическое определение вероятности: В урне 10 белых и 5 черных шаров. Наугад вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что среди них будет 2 белых и 1 черный шар.
8. Геометрическая вероятность: На отрезок [0, 1] наудачу бросают точку. Какова вероятность того, что координата этой точки будет больше 0.7?
9. Условная вероятность и независимость событий:** Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.8, а для второго - 0.7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы одним стрелком.
10. Формула полной вероятности: На склад поступает продукция от трех фабрик в соотношении 2:3:5. Вероятность того, что продукция первой фабрики окажется бракованной, равна

0.01, для второй – 0.02, для третьей – 0.03. Найти вероятность того, что случайно взятое изделие со склада окажется бракованным.

11. Формула Байеса: Известно, что 5% мужчин и 0.25% женщин - дальтоники. Случайно выбранный человек оказался дальтоником. Какова вероятность, что это мужчина? (Считать, что количество мужчин и женщин одинаково).

Практическое занятие № 18. Определение характеристик дискретной случайной величины

1. Непрерывная случайная величина X на интервале (0;5) задана своей плотностью $p(x) = \frac{3}{125}x^2$. Найдите математическое ожидание.
2. Непрерывная случайная величина X на интервале (0;5) задана своей плотностью $p(x) = \frac{3}{125}x^2$. Найдите дисперсию.
3. Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

Пример Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения F(x) и построить её график. Найти M(X), D(X), s(X).

X	8	4	6	5
P	0,2	0,5	0,2	0,1

Пример В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти *M(X), D(X)*.

Пример В устройстве независимо друг от друга выходят из строя три элемента. Вероятность выхода из строя первого элемента – 0,3, второго – 0,2, третьего – 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа вышедших из строя элементов.

Пример Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно двум. Составить закон распределения случайной величины X – числа заказов, поступающих за 4 минуты. Найти M(X), D(X).

Y	1	3	6
p	0,2	0,5	0,3

Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y. Составить закон распределения случайной величины $Z=X+2Y$. Найти *M(Z), D(Z)*.

X	-3	0	1
p	0,1	0,03	0,06

4. Дискретная случайная величина: Монета бросается 4 раза. Случайная величина X – число выпадений герба. Составить закон распределения X, найти математическое ожидание и дисперсию.

5. Биномиальное распределение: Вероятность изготовления бракованной детали на станке равна 0.05. Найти вероятность того, что из 100 деталей бракованными окажутся ровно 5.

6. Распределение Пуассона: На телефонную станцию в среднем поступает 2 вызова в минуту. Найти вероятность того, что за 3 минуты поступит более 5 вызовов.

7. Непрерывная случайная величина: Случайная величина X задана функцией плотности:

f(x) = { Cx, $0 \le x \le 2$

{ 0, в остальных случаях

Найти значение C, функцию распределения F(x), математическое ожидание и дисперсию X.

8. Равномерное распределение: Случайная величина X распределена равномерно на отрезке [2, 8]. Найти вероятность того, что X примет значение из интервала (3, 5).

9. Нормальное распределение: Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $\mu = 10$ и $\sigma = 2$. Найти вероятность того, что X примет значение из интервала (8, 12). (Использовать таблицу значений функции Лапласа).

10. Теорема Муавра-Лапласа: Вероятность наступления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0.2. Найти вероятность того, что событие наступит от 70 до 90 раз. (Использовать таблицу значений функции Лапласа).

Приложение 3

ФОС для текущего контроля

Знать:

1. Что называется первообразной?
2. Продолжите фразу. Неопределенным интегралом называется …
3. Перечислите основные свойства интегрирования.
4. Вопросы на знание таблицы интегралов.
5. Продолжите фразу. Неопределенным интегралом называется …
6. В чем заключается смысл метода замены переменной при интегрировании?
7. В чем заключается смысл метода интегрирования по частям?
8. Вопросы на знание таблицы интегралов.
9. Определенный интеграл – это …
10. С помощью какой формулы можно найти значение определенного интеграла?
11. В чем заключается смысл метода замены переменной при вычислении определенного интеграла?
12. Назовите алгоритм вычисления определенного интеграла с помощью метода замены переменной?
13. В чем заключается смысл метода интегрирования по частям при вычислении определенного интеграла?
14. Назовите алгоритм вычисления определенного интеграла с помощью интегрирования по частям?
15. Дайте определение множества. Приведите примеры конечных и бесконечных множеств.
16. Что такое подмножество? Как обозначается отношение включения?
17. Опишите операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность.
18. Что такое декартово произведение множеств? Приведите пример.
19. Дайте определение функции. Чем отличается функция от общего соответствия?
20. Что такое область определения и область значений функции?
21. Сформулируйте теорему Ньютона—Лейбница.
22. Дайте определение матрицы. Какие бывают виды матриц?

Уметь:

1. Что такое определитель матрицы? Каковы его свойства?
2. Дайте определение обратной матрицы и условия её существования.
3. Что такое система линейных уравнений? Как её записать в матричной форме?
4. Опишите метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.

5. Дайте определение вектора и векторного пространства.
6. Что такое базис и размерность векторного пространства?
7. Опишите скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
8. Дайте определение комплексного числа. Каковы формы записи комплексного числа?
9. Опишите операции над комплексными числами.
10. Что такое граф? Приведите примеры применения графов в IT.
11. Дайте определение дерева и бинарного дерева.
12. Что такое вероятность события? Каковы основные свойства вероятности?
13. Сформулируйте теоремы сложения и умножения вероятностей.
14. Дайте определение случайной величины и её распределения.
15. Что такое математическое ожидание и дисперсия случайной величины?
16. Опишите свойства функций: инъективность, сюръективность, биективность.
17. Дайте определение предела функции в точке.
18. Сформулируйте теоремы о пределах функций.
19. Что такое производная функции? Дайте геометрический и физический смысл.
20. Перечислите основные правила дифференцирования.
21. Что такое интеграл? В чём различие определённого и неопределённого интеграла?
22. Опишите операции над матрицами: сложение, умножение, транспонирование.

Практические задания

1. Вычислите: а) $\lim\limits_{x \to -5}\left(-x^2 - 5x + 3\right)$ б) $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ в) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$
2. Вычислить производную $y'(0)$ функции: $y = \dfrac{2^{2x}}{\sqrt{2-2^{2x}}}$
3. Составить уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции $y = e^{1-x^2}$, если абсцисса точки касания $x_0 = -1$.
4. 1) $\int\left(4x^4 + 8x^{-4} - x + 4\right)dx$; 2) $\int\dfrac{x^3 dx}{x^4}$; 3) $\int(4^x - e^x)dx$; 4) $\int\dfrac{\sin^2 x dx}{\sin^2 2x}$; 5) $\int\dfrac{dx}{x^2 - 64}$.
5. Вычислить $(1+i)^{24}$, где $i^2 = -1$.
6. Записать число $1 - i$, где $i^2 = -1$, в тригонометрической форме.
7. Решить уравнение $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 7$
8. Решить уравнение $\sqrt{x+12} - \sqrt{x-3} = 3$
9. Решить неравенство $4^x - 2^x < 12$
10. Решить неравенство $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$
11. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки A, C и середину ребра BB_1 и найти его площадь.

12. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки A, D и середины ребер A_1B_1 и C_1D_1 и найти его площадь.

13. Имеется 5 дубов, 3 клена и 2 березы. сколькими способами можно собрать набор деревьев, чтобы в нем были и дубы, и клены и березы.

14. 27 спортсменов пишут директорскую контрольную работу по физкультуре. Сколькими способами можно поставить им оценки 5, 4, 3, 2, 1?

15. Вычислите:

16. а) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 8^{-1\frac{2}{3}} + \left(12^0\right)^2 \cdot 7 + 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{3}{2}}$

17. б) $81^{0,75} \cdot 32^{-0,4} - 8^{-\frac{2}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 256^{0,5}$

18. Решите иррациональные уравнения:

19. а) $\sqrt{x + 10} + \sqrt{2x + 22} = 3$;

20. б) $x + 1 = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + x}$.

21. Решите систему иррациональных уравнений: $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4 \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18 \end{cases}$

22. Доказать что ABCD – квадрат, если: A (-6; -6; 6), B (-4; -1; -8), C (6; 9; -3), D (4; 4; 11).

23. Даны векторы $\vec{p} = -5\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} - 7\vec{b} + \vec{c}$. Определить координаты этих векторов, их длины и скалярное произведение, если: $\vec{a}\{1; -2; 8\}$, $\vec{b}\{3; 5; -1\}$, $\vec{c}\{1; -6; 5\}$.

24. Банковская процентная ставка равна 8% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 29160 рублей.

25. Найти первообразную функции в общем виде

26. а) $y = 4x - 5$,

27. б) $y = 9(7 + 3x)^3$,

28. в) $y = 0,5x + 2 - 0,2x^4$.

29. Вычислите интегралы:

30. а) $\int_0^1 x^7 dx$

31. б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\frac{x}{2} dx$

1. Дана функция $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Найдите:

32. а) промежутки возрастания и убывания функции;

33. б) точки экстремума;

34. в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1;4]$.

35. Найдите объединение и пересечение множеств A={1,2,3} и B={2,3,4}.

36. Постройте декартово произведение множеств A={a,b} и B={1,2}.

37. Определите, является ли функция $f(x) = x^2$ инъективной, сюръективной или биективной на R.

38. Найдите предел $\lim\limits_{x \to 2} (3x - 5)$.

39. Вычислите производную функции $f(x) = x^3 - 4x + 7$

40. Найдите неопределённый интеграл $\int (2x + 3)dx$.

41. Вычислите определённый интеграл $\int_0^1 x^2 dx$.

42. Постройте дерево для выражения (a+b)·(c−d)(a+b)·(c−d).

43. Найдите вероятность выпадения чётного числа при броске игральной кости.

44. Вычислите математическое ожидание для случайной величины, принимающей значения 1, 2, 3 с вероятностями 0,2; 0,5; 0,3.

45. Найдите дисперсию случайной величины из предыдущей задачи.21-30*. (Аналогичные задачи на темы: пределы, производные, интегралы, матрицы, системы уравнений, векторы, комплексные числа, графы, вероятность.)

Приложение 4

Задания для самостоятельной работы

Теоретические вопросы

1. Дайте определение множества. Приведите примеры конечных и бесконечных множеств.
2. Что такое подмножество? Как обозначается отношение включения?
3. Опишите основные операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность.
4. Что такое декартово произведение множеств? Приведите пример.
5. Дайте определение функции. Чем отличаются инъекция, сюръекция и биекция?
6. Что такое обратная функция? При каких условиях она существует?
7. Опишите основные типы числовых последовательностей: арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Дайте определение предела последовательности. Приведите примеры сходящихся и расходящихся последовательностей.
9. Что такое ряд? Чем отличается сходимость и расходимость ряда?
10. Опишите признаки сходимости числовых рядов (признак сравнения, признак Даламбера).
11. Дайте определение производной функции. Каков её геометрический и физический смысл?
12. Что такое дифференциал функции? Как он используется в приближённых вычислениях?
13. Опишите основные правила дифференцирования (сумма, произведение, частное, сложная функция).
14. Дайте определение первообразной функции и неопределённого интеграла.
15. Опишите основные методы интегрирования: подстановка, по частям, интегрирование рациональных функций.
16. Что такое определённый интеграл? Каков его геометрический смысл?
17. Сформулируйте теорему Ньютона — Лейбница.
18. Дайте определение матрицы. Какие бывают виды матриц (квадратная, диагональная, единичная)?
19. Опишите операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц.
20. Что такое определитель матрицы? Каковы его основные свойства?
21. Дайте определение обратной матрицы. При каких условиях она существует?
22. Опишите метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.
23. Что такое вектор? Каковы основные операции над векторами?
24. Дайте определение скалярного и векторного произведения векторов.
25. Опишите понятие линейной зависимости и независимости векторов.
26. Что такое базис и размерность векторного пространства?

27. Дайте определение графа. Какие бывают виды графов (ориентированный, неориентированный, взвешенный)?

28. Опишите основные способы задания графов (матрица смежности, список рёбер).

29. Что такое путь и цикл в графе? Чем отличается эйлеров путь от гамильтонова?

30. Сформулируйте основные алгоритмы на графах: поиск в ширину, поиск в глубину, алгоритм Дейкстры.

31. Дайте определение вероятности события. Каковы основные свойства вероятности?

32. Что такое условная вероятность? Сформулируйте теорему Байеса.

33. Опишите понятие случайной величины и её распределения.

34. Чем отличаются дискретные и непрерывные случайные величины?

35. Дайте определение математического ожидания и дисперсии случайной величины.

36. Что такое нормальное распределение? Каковы его основные свойства?

37. Опишите понятие корреляции и регрессии в статистике.

38. Что такое дискретное преобразование Фурье? Где оно применяется в IT?

39. Дайте определение алгоритма сложности O(n), O(log n), O(n²). Приведите примеры.

40. Опишите применение математического аппарата в машинном обучении (например, градиентный спуск, линейная регрессия).

Практические задания

1. Найти пределы последовательностей
2. $\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)}{\sqrt[3]{n^2+1}}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=$
3. б) $\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{(n+1)!-n!}=\left(\frac{\infty}{\infty-\infty}\right)=$
4. в) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n-2}\right)^{2n-1}=\left(1^{\infty}\right)=$
5. Найти пределы функций
6. а) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\left(\frac{0}{0}\right)=$
7. б) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^{x}=\left(1^{\infty}\right)=$
8. в) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}=\left(\frac{0}{0}\right)=$
9. Докажите, что множество $A=\{x \mid x=a+b\sqrt{5}, где_a,b\in Q_u_a^2+b^2\neq 0\}$ является мультипликативной группой.

10. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$

11. Вычислить $\left(\sqrt{3}+i\right)^{12}$

12. Решить ДУ: $y' = tgx \cdot y + \cos x$

13. Решить ДУ $y'' + 4y' + 4y = 3e^{3x}$

14. Вычислить интеграл $\int_0^1 x \ln x dx =$

15. Даны векторы $\bar{a}(2,3)$, $\bar{b}(1,-3)$, $\bar{c}(-1,3)$. При каком значении коэффициента α векторы $\bar{p} = \bar{a} + a \cdot \bar{b}$ и $\bar{q} = \bar{a} + 2 \cdot \bar{c}$ коллинеарны?

16. Написать аналитическое задание аффинного преобразования, при котором точка: $M_0(0,1) \to M_0(-3,3), e_1(1,2) \to e_1(-7,-2), e_2(1,0) \to e_2(1,-2).$

17. Доказать, что если расстояние между любыми двумя (.) множества Е на прямой больше единицы, то множество Е конечно или счетно.

18. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,1,-3)$ и параллельно прямым $\begin{cases} 2x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ x - 2y - 4z + 1 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ x - y - 3z + 2 = 0. \end{cases}$

19. В сеансе одновременной игры в шахматы с гроссмейстером играют 10 перворазрядников, 15 второразрядников. Вероятность того, что в таком сеансе перворазрядник выиграет у гроссмейстера равна 0,2, для второразрядника 0,1. случайно выбранный участник выиграл. Какова вероятность того, что это был второразрядник?

20. Написать уравнение прямой, проходящей через (.) M(2,-3,3) и перпендикулярной к плоскости x-3y+4z-1=0

21. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$ и параллельной прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 3z + 5 = 0. \end{cases}$

22. Вычислить интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$

23. На множестве Z бинарное отношение задано правилом: x G y $\Leftrightarrow x \equiv y (\mathrm{mod}\, 5)$. Доказать, что G – отношение эквивалентности. Построить классы эквивалентности и фактор множество $Z/_G$.

24. Найдите частное решение $e^x dx - ydy = 0;$ y (0) =3

25. Найдите производную функции $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$

26. Выполнить действия над матрицами C = (3A+B) *(2A-B), если

27. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

28. Найдите производную от функции $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

29. Составьте таблицу истинности для следующей формулы:

30. $\overline{B} \wedge \overline{C \to A}$

31. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными: $xydx + (x+1)dy = 0$

32. Вычислите площадь плоской области D, ограниченной прямой x+y=2 и параболой $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

33. Докажите верность следующего равенства с помощью диаграмм Эйлера-Венна: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

34. Найти частные решения дифференциального уравнения $\frac{dy}{x-1} - \frac{dx}{y-2} = 0;$ при x=0 и y=4

35. Для матрицы А найдите обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 5 & -4 & -7 \end{pmatrix}$

36. Для данной формулы составьте таблицу истинности: $(x \vee y) \leftrightarrow (z \to x)$.

37. Найдите производную функции: $y = \frac{8}{2x-3}$

38. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями y= x², y= 3x.

39. Выполнить действия над матрицами; C = (3A+B) *B, если

40. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

41. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными уравнениями: y=x²2x+2; x=1; x=2, y=0 .

42. Докажите тождество, используя диаграммы Эйлера-Венна: $B \cup (A \setminus B) = A \cup B$

43. Найти частные решения дифференциального уравнения $\frac{dy}{x^2} - \frac{dx}{y^2} = 0;$ при x=0 и y=2

44. Решите систему уравнений методом Крамера

45. $\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 6 \\ 5x - 4y - 7z = 4 \end{cases}$

46. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: y = x² и y=2x+3

47. Найдите производную от функции y = $y = \frac{-2x^2}{3+x}$

48. Для матрицы А найдите обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

49. Найдите интеграл методом подстановки $11) \int \frac{\cos x\,dx}{7 - 3\sin x}$

50. Найдите интеграл методом подстановки $5) \int 2x \cdot \sin\left(x^2 + 1\right)dx$

51. Вычислите определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

52. Вычислите интеграл: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{7\sin x+1}}$, используя метод подстановки

53. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2\sqrt{x}$; x = 4;

54. y = 0.

55. Вычислите: $\int_{-1}^{1} (1 - \sqrt[3]{x^2})dx$

56. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$;

57. Решите систему уравнений методом Крамера

58. $\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 6 \\ 5x - 4y - 7z = 4 \end{cases}$

59. Вычислите определитель третьего порядка

60. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

61. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$; x = - 1; y = 0

62. Выполните действия над комплексными числами в алгебраической форме: z=-4- 3i и z= -2+2i

63. Вычислите интеграл: $\int_1^2 \frac{x + 2x^2 + x^3}{x} dx$.

64. Вычислите определенный интеграл: $\int_{\frac{1}{3}}^{1} \left(\frac{1}{x^2} + x^3\right) dx$

65. Постройте таблицу истинности для формулы: $\overline{y \wedge x} \vee (\overline{\overline{y} \vee \overline{x}})$

66. Найдите производную функции: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

67. Выполните действия над комплексными числами в алгебраической форме: z=-4- 3i и z= -2+2i

68. Найти общее решение уравнения с разделяющимися переменными (1+y)dx-(1-x)dy=0.

69. Для матрицы A найдите обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

70. Найдите интервалы монотонности функции: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$;

71. Изобразите множество истинности действий над предикатами: P_1 : x >5 и P_2 : x >-1

72. Вычислите интеграл $\int \frac{x^2}{8+x^3} dx$ методом подстановки

73. Вычислите определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

74. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$;

75. Выполните действия над комплексными числами в алгебраической форме: z=-2+4i и z= -6+2i

76. Найдите производную функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 4.$

77. Найдите производную функции $y = \frac{x+1}{x-2}$

78. Выполните действия над комплексными числами в алгебраической форме: z=2+3i и z= -5+4i.

79. Вероятность аварии на первом объекте за рассматриваемый период равна p_1, а на втором p_2. Найти вероятности событий: а) ни на одном объекте аварии не было; б) авария произошла ровно на одном объекте.

80. В ящике лежат 8 красных, 10 зеленых и 12 синих шаров. Наугад вынимают 3 шара. Какова вероятность того, что на вытянутых шарах будет отсутствовать хотя бы один из цветов?

81. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равна 0,9, вероятность того, что он ответит на третий вопрос, равна 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого нужно ответить: а) на все вопросы; б) хотя бы на два вопроса.

82. В собранной электрической цепи может быть поставлен предохранитель 1-го типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,8, или предохранитель 2-го типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,9. Предохранитель 1-го типа может быть поставлен в цепь с вероятностью 0,6, а предохранитель 2-го типа, с вероятностью 0,4. Предохранитель в цепи сработал. Что вероятнее: поставлен предохранитель 1-го типа, или предохранитель 2-го типа?

83. Производится залп из шести орудий по некоторому объекту. Вероятность попадания в объект из каждого орудия равна 0,6. Найти вероятность ликвидации объекта, если для этого необходимо не менее 4-х попаданий.

84. У маляра 5 узких и 9 широких кисточек. Маляр взял 1 кисточку, а затем вторую. Найти вероятность того, что первая из взятых кисточек узкая, а вторая широкая.

85. В результате многолетних наблюдений установлено, что на каждую тысячу новорожденных приходится в среднем 115 мальчиков и 485 девочек. В некоторой семье 6 детей. Найти вероятность того, что среди них 2 девочки.

86. Непрерывная случайная величина X на интервале (0;5) задана своей плотностью $p(x) = \frac{3}{125}x^2$. Найдите математическое ожидание.